# Chapter 3 विद्युत धारा-

**विद्युत धारा (Electric Current):-** किसी चालक (परिपथ) मे एकांक समय मे प्रवाहित होने वाले विद्युत आवेश को विद्युत धारा कहते हैं।

यदि किसी चालक या परिपथ मे $t$ समय में प्रवाहित वैद्युत आवेश $q$ हो तो चालक मे विद्युत धारा:-

$$i = \frac{q}{t}$$

**मात्रक:-** $\frac{\text{कूलॉम}}{\text{सेकंड}}$ या ऐम्पियर विमा= [A]

**राशि:-** अदिश राशि

1 ऐम्पियर= यदि q=1 कूलॉम एवं $t = 1$ सेकंड हो तो

$$i = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ सेकंड}}$$ => 1 ऐम्पियर

"यदि किसी चालक मे 1 सेकेंड मे 1 कूलाम वैद्युत आवेश प्रवाहित हो रहा हो तो चालक मे विद्युत धारा 1 ऐम्पियर होगी।"

**Note:-**

- भौतिकी मे विद्युत धारा को मूल राशि माना गया है।
- SI मात्रक पद्धति के अनुसार, विद्युत धारा के प्रवाह की दिशा, धन आवेश के चलने की दिशा मे अथवा ऋण आवेश के चलने की दिशा के विपरीत होती है।

- आवेश और समय अदिश राशियाँ हैं अतः विद्युत धारा भी अदिश राशि हैं।
- $\therefore i = q/t$
  धातु के लिए => q= ne
  $i = \dfrac{ne}{t}$
  $n = \dfrac{i \times t}{e}$
  एम्पीयर की परिभाषा से-
  $n = \frac{1\times1}{e} = \frac{1}{e}$
  $n = \frac{5}{8}\times 10^{-19}$ => $\frac{5}{8}\times 10^{19}$ => $\frac{25}{4}\times 10^{18}$
  $n = 6.25 \times 10^{18}$

## मुक्त इलेक्ट्रानो का माध्य मुक्त पथ (Meam free path)

धातु के भीतर मुक्त इलेक्ट्रॉन की धातु के धनायनों से हुई दो क्रमागत टक्करो के बीच चली गई औसत दूरी को इलेक्ट्रान का 'माध्य मुक्त पथ' कहते है। इसे λ से प्रदर्शित करते हैं।

**Note:-** अधिकांश धातुओं के लिए λ, $10^{-9}$ मीटर की कोटि का होता है।

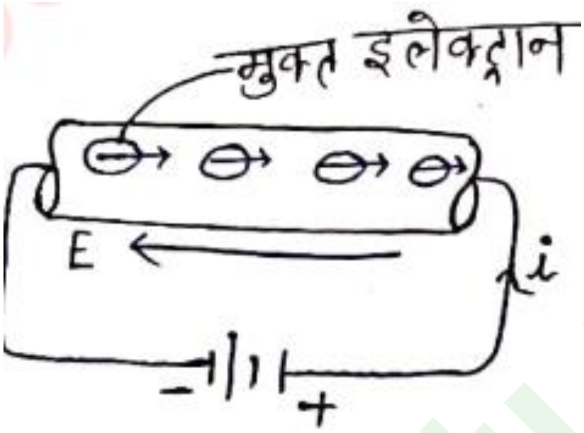
## श्रांतिकाल (Relaxation time)

धातु के भीतर मुक्त इलेक्ट्रान की धातु के धनायनों से हुई दो क्रमागत टक्करो के बीच के औसत समय अंतराल को 'श्रांतिकाल' कहते है। इसे $\tau$ से प्रदर्शित करते हैं।

Note:- अधिकांश धातुओं के $\tau$ का मान $10^{-14}$ सेकंड की कोटि का होता हैं।

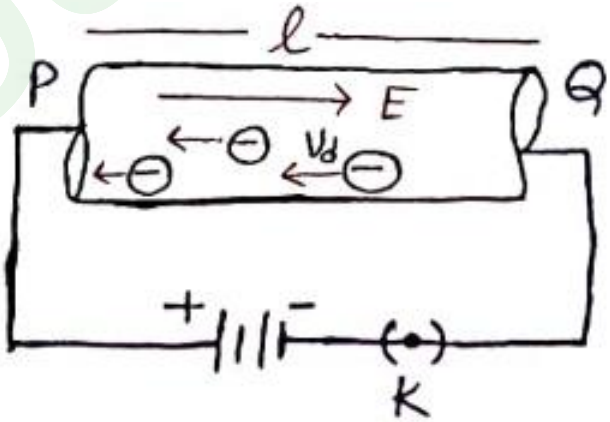
## अपवाह अथवा अनुगमन वेग (Drift velocity)

जब किसी चालक (तार) के सिरो के बीच विभवांतर उत्पन्न किया जाता है तो तार मे एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिससे मुक्त इलेक्ट्रान वैद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में एक सूक्ष्म नियत वेग $(Vd \cong 10^{-4}\frac{\text{m}}{\text{Sec}})$ से गति करते है, इस वेग को अनुगमन वेग कहते है। इसे '$V_d$' से प्रदर्शित करते हैं।




## वैद्युत विभवांतर तथा अनुगमन वेग में सम्बन्ध-

माना चालक P,Q की लम्बाई l है। इसे कुंजी K लगे हुए सेल से सम्बंधित किया जाता है, तो यहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) उत्पन्न हो जाती है जिससे P और Q के बीच विभवांतर उत्पन्न होने के कारण यहाँ उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉन अनुगमन वेग $V_d$ से वैद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में गति करने लगते हैं।




प्रत्येक चालक $e^-$ पर आरोपित बल

$\{E = \frac{F}{q} => F = q.E\}$

F= e.E -------------(1)

गति में उत्पन्न त्वरण = $\frac{\text{बल}}{\text{द्रव्यमान}}$

a= $\frac{F}{m}$

= a= $\frac{e.E}{m}$ ---------(2)

अनुगमन वेग की परिभाषा से-

$v = u + at \rightarrow \tau$

$$V_d = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + - - - - - - + v_n}{n}$$

$$V_d = \frac{(u_1 + a\tau_1) + (u_2 + a\tau_2) + (u_3 + a\tau_3) + - - +(u_n + a\tau_n)}{n}$$

$$V_d = \frac{(u_1 + u_2 + u_3 + - - - + u_n)}{n} + \frac{a\,(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + - - +\tau_n)}{n}$$

$V_d = 0 + a\tau$ {∴ मुक्त $e$ का औसत ऊष्मीय वेग = 0}

$V_d = a\tau$

समीकरण (2) से-

$V_d = \frac{eE\tau}{m}$ $\{\therefore E = \frac{V}{l}\}$

$V_d = \frac{e.V.\tau}{ml}$

जहां $V_d$ = अनुगमन वेग

e = इलेक्ट्रॉन का आवेश

V = विभवान्तर

$\tau$ = श्रांतिकाल

m = e का द्रव्यमान

l = चालक की लंबाई

## वैद्युत प्रतिरोध (Electrical Resistance)

वैद्युत विभवांतर तथा वैद्युत धारा के अनुपात को चालक का वैद्युत प्रतिरोध कहते हैं। इसे R से प्रदर्शित करते हैं।

यदि किसी चालक के सिरो के बीच स्थापित विभवान्तर V तथा वैद्युत धारा i है तो वैद्युत प्रतिरोध –

$$R = \frac{V}{i}$$

**मात्रक:-** $\frac{\text{वोल्ट}}{\text{एम्पियर}}$ या ओम $(\Omega)$

$\therefore$ ओम $= \frac{\text{वोल्ट}}{\text{एम्पियर}}$

यदि V = 1 वोल्ट तथा $i = 1$ एम्पियर हो तो

R = 1 ओम

1 ओम = "यदि चालक के सिरो के बीच 1 volt विभवान्तर स्थापित पर उसमे 1A की धारा प्रवाहित हो तो उस चालक प्रतिरोध 1 Ω होता हैं"।

## वैद्युत प्रतिरोध का विमीय सूत्र

R का मात्रक = ओम

$$= \frac{\text{वोल्ट}}{\text{एम्पियर}}$$

$$= \frac{\text{जूल}}{\text{कूलॉम—एम्पियर}}$$

$$\therefore R \text{ की विमा} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[AT][A]} = [ML^2T^{-3}A^{-2}]$$

## वैद्युत चालकता (Electrical conductivity)

विद्युत प्रतिरोध के व्युत्क्रम को विद्युत चालकता कहते है।

$$\text{विद्युत चालकता} = \frac{1}{\text{विद्युत प्रतिरोध}}$$

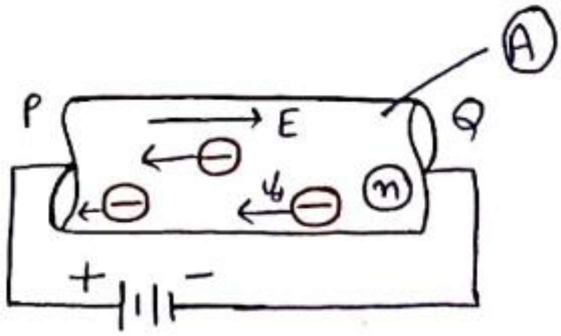
$$\text{मात्रक} = \frac{1}{\text{ओम}} = \text{ओम}^{-1}$$ हो या साइमन

$$\text{विमीय सूत्र} = \frac{1}{[ML^2T^{-3}A^{-2}]} = [M^{-1}L^{-2}T^3A^2]$$

## वैद्युत धारा तथा अनुगमन वेग में सम्बन्ध-

जब किसी तार (चालक) के सिरों के बीच बैटरी जोड़कर वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न किया जाता है, तो मुक्त इलेक्ट्रॉन वैद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में अनुगमन

वेग $V_d$ से गति करने लगते हैं, इसलिए चालक में इलेक्ट्रॉनों की गति के विपरीत दिशा में धारा बहने लगती है।




मुक्त $e^-$ को Q–P तक आने में लगा समय —

$t = \frac{l}{V_d}$ ---------------(1)

चालक का आयतन ⇒ A·l

∴ चालक के एकांक आयतन में मुक्त $e^-$ की संख्या = n

∴ चालक के A.l आयतन में मुक्त $e^-$ की संख्या = n.A.l

t समय में प्रवाहित आवेश – {q = ne}

q= (n Al).e-----------------(2)

अब t समय में प्रवाहित वैद्युत धारा –

$i = \frac{q}{t}$

समीकरण (i) व (ii) से-

$$i = \frac{n\,Al.e}{\frac{l}{v_d}} \rightarrow [i = neAV_d]$$

$n$ ⇒ प्रति एकांक आयतन में मुक्त $e^-$ की मात्रा

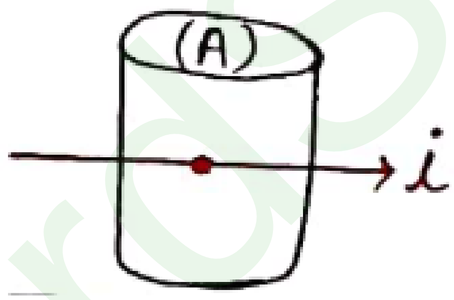
$V_d$ ⇒ अनुगमन वेग

$A$ ⇒ क्षेत्रफल

$e$ ⇒ इले० पर आवेश

## धारा घनत्व (Current Density)

किसी चालक मे किसी बिन्दु पर प्रति एकांक क्षेत्रफल से अभिलम्बवत् गुजरने वाली विद्युत धारा को उस बिन्दु पर 'धारा घनत्व' कहते हैं। इसे 'j' से प्रदर्शित करते हैं।




यदि चालक के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्र A तथा उसमे प्रवाहित धारा i हो तो धारा घनत्व-

$$j = \frac{i}{A}$$

**मात्रक** = $\frac{\text{एम्पियर}}{\text{मीटर}^2}$

**विमीय सूत्र** = $\frac{[A]}{[L^2]} = [AL^{-2}]$

**Note:-**

- धारा घनत्व एक सदिश राशि है।
- किसी बिन्दु पर धारा घनत्व की दिशा धन आवेश के चलने की दिशा होती है।

## धारा घनत्व तथा अनुगमन वेग में संबंध-

किसी चालक में प्रवाहित धारा-

$i = ne\,A\,V_d$ ----------------(I)

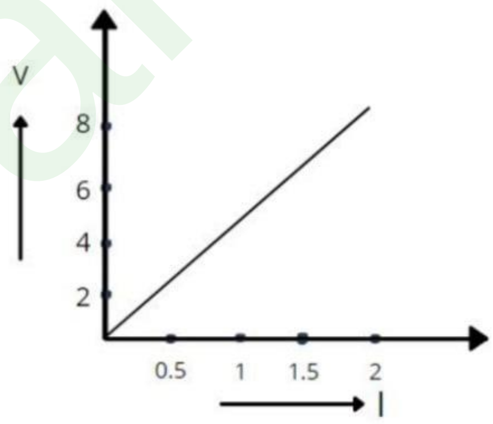
धारा घनत्व की परिभाषा से-

$$j = \frac{i}{A}$$

$$j = \frac{ne\,A\,V_d}{A}$$

$j = ne\,V_d$ या $V_d = \frac{j}{ne}$

## ओम का नियम (Ohm's Law)-




ओम का नियम सन् 1826 मे जर्मन वैज्ञानिक डॉ० जॉर्ज साइमन ओम ने दिया था।

इस नियम के अनुसार, "यदि किसी चालक की भौतिक अवस्थाएँ (जैसे ताप) ना बदले तो चालक के सिरो के बीच लगाए गए विभवांतर एवं उसमे प्रवाहित विद्युत धारा का अनुपात नियत रहता है।"

ओम के नियम से = $V \times i$

$V = R.i$

$\frac{V}{i} = R$ (नियतांक)

स्पष्ट है कि जो परिपथ ओम के नियम का पालन करते हैं, उनके लिए (V–i) ग्राफ एक सरल रेखा होगी।

## अनुगमन वेग के आधार पर ओम के नियम की व्युत्पत्ति-

माना किसी चालक की लम्बाई $l$ तथा अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल $A$ तथा चालक $e^-$ का अनुगमन वेग $V_d$ है।

यदि चालक के एकांक आयतन में मुक्त $e^-$ की संख्या $n$ हो, तो चालक में प्रवाहित धारा ⇒

$i = neAV_d$ ----------------(1)

अब चालक के सिरो पर विभवान्तर

$\{V_d = \frac{eV\tau}{m.l}\}$

$V = \frac{V_d.ml}{e\tau}$ ------------------(2)

समीकरण (ii) को समीकरण (i) से भाग करने पर –

$$\frac{V}{i} = \frac{V_d.m.l}{e\tau.neAV_d}$$

$$\frac{V}{i} = \frac{m.l}{ne^2A\tau}$$

दिए गए ताप तथा चालक हेतु-

अतः $\frac{m.l}{ne^2A\tau}$ = Costant

$$\therefore R = \frac{m.l}{ne^2A\tau}$$

$\frac{V}{i} = R$ (नियतांक)

यही ओम का नियम है।

## वैद्युत ऊर्जा

जब किसी चालक तार मे धारा प्रवाहित होती है तो चालक तार के मुक्त $e^-$ लगातार धनायनो से टकराते रहते है जिससे वैधुत ऊर्जा का रूपान्तरण लगातार ऊष्मीय ऊर्जा में होता है। हमें इसी ऊष्मीय ऊर्जा का निर्धारण करना है। माना चालक तार के सिरों के बीच विभवान्तर V तथा प्रतिरोध R है और यदि चालक तार में प्रवाहित धारा i हो तो व्यय विद्युत ऊर्जा –

$W = V.q \quad \{\therefore q = i.t\}$

$[W = V.i.t] \quad \{\therefore V = i.R\}$

$W = i.R.i.t$

$[W = i^2Rt] \quad \{\therefore i = \frac{V}{R}\}$

$$W = \frac{V^2}{R^2} . R. t$$

$$[W = V^2 . \frac{t}{R}]$$

∴ 1 कैलोरी ऊष्मा = 4.2 जूल कार्य

∴ $\frac{1}{4.2}$ कैलोरी ऊष्मा = 1 जूल कार्य

अतः ऊष्मीय ऊर्जा=

$$H = \frac{W}{4.2} \text{ कैलोरी}$$

$$H = \frac{V.i.t}{4.2} = \frac{i^2 Rt}{4.2} = \frac{V^2 t}{4.2R} \text{ कैलोरी}$$

## वैद्युत शक्ति (Electric Power)

किसी वैधुत परिपथ मे वैधुत ऊर्जा के क्षय होने की दर को वैद्युत शक्ति कहते हैं। इसे p से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{वैद्युत शक्ति} = \frac{\text{व्यय वैद्युत ऊर्जा}}{\text{समय}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\therefore W = V.i.t$$

$$\therefore W = i^2 Rt$$

$$\therefore W = V^2 \frac{t}{R}$$

(1) $P = \frac{V.i.t}{t} = [P = V.i]$

(2) $P = \frac{i^2Rt}{t} = [P = i^2R]$

(3) $P = \frac{V^2t}{R.t} = [P = \frac{V^2}{R}]$

मात्रक = जूल/ से० या वाट [1 वाट = 1 जूल/ से०]

विमीय सूत्र = $\frac{[MLT^{-2}][L]}{T}$ = $[ML^2T^{-3}]$

**विशिष्ट प्रतिरोध / प्रतिरोधकता-**

किसी चालक के किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) तथा धारा घनत्व (j) के अनुपात को विशिष्ट प्रतिरोध या प्रतिरोधकता कहते हैं। इसे ρ से प्रदर्शित करते हैं।

विशिष्ट प्रतिरोध = $\frac{\text{वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता}}{\text{धारा घनत्व}}$

$$\rho = \frac{E}{j}$$

$$\therefore E = \frac{V}{l} \; \& \; j = \frac{i}{A}$$

$$\rho = \frac{V}{l} \frac{i}{A} = \rho = \frac{V}{l} . \frac{A}{i} \qquad \{R = \frac{V}{i}\}$$

$$\rho = \frac{V}{i} . \frac{A}{l}$$

$\rho = R.\rho = R\frac{A}{l}$ जहाँ R= विद्युत प्रतिरोध

A= क्षेत्रफल (चालक का)

l= लम्बाई (चालक की)

**Note:-** विशिष्ट प्रतिरोध चालक के पदार्थ का लाक्षणिक गुण है।

मात्रक = $\rho$ का मात्रक = $\frac{R \text{ का मात्रक} \times A \text{ का मात्रक}}{l \text{ का मात्रक}}$

$= \frac{\text{ओम} - \text{मीटर}^2}{\text{मीटर}}$ = ओम मीटर $(\Omega - m)$

**विमीय सूत्र** = $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$ $[L]$ $[ML^3T^{-3}A^{-2}]$

## विशिष्ट चालकता (Specific conductance)

विशिष्ट प्रतिरोध के व्युत्क्रम को विशिष्ट चालकता कहते है। इसे $\sigma$ से प्रदर्शित करते हैं।

विशिष्ट चालकता = $\frac{1}{\text{विशिष्ट प्रतिरोध}}$

$\sigma = \frac{1}{\rho} \{ \therefore \rho = R.\frac{A}{l} \}$

$\sigma = \frac{1}{\frac{R.A}{l}} \rightarrow \sigma = \frac{l}{R.A}$

मात्रक = $\frac{1}{\text{ओम} - \text{मी}} \rightarrow$ ओम $^{-1}$ – मी $^{-1}$

विमीय सूत्र = $\frac{1}{[ML^3T^{-3}A^{-2}]} \rightarrow [M^{-1}L^{-3}T^3A^2]$

## विशिष्ट चालकता एवं धारा घनत्व में सम्बन्ध-

विशिष्ट चालकता की परिभाषा से-

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ --------------(I)

विशिष्ट प्रतिरोध की परिभाषा से-

$$\rho = \frac{E}{j}$$

समी० (i) से-

$$\sigma = \frac{1}{\frac{E}{j}} = \frac{j}{E}$$

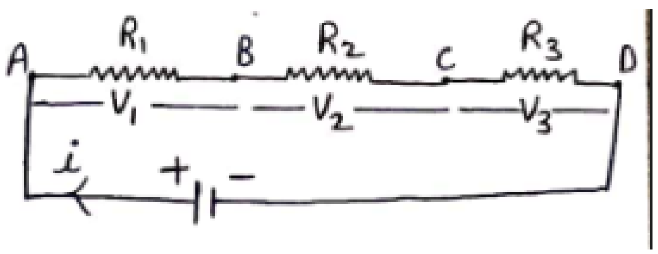
$j = \sigma . E$

सदिश स्वरूप [$\underset{J}{\rightarrow} = \sigma . \underset{E}{\rightarrow}$]

(धारा घनत्व = विशिष्ट चालकता × विद्युत क्षेत्र की तीव्रता)

## प्रतिरोधो का संयोजन (Combination of Resistance)-

**(i) श्रेणीक्रमः-** माना श्रेणीक्रम में जुड़े प्रतिरोध क्रमशः $R_1$, $R_2$ व $R_3$ हैं। इनमें प्रवाहित धारा i है तथा इनके सिरों के बीच विभवान्तर क्रमशः $V_1$, $V_2$ व $V_3$ हैं तो-




ओम के नियम से -

$V_1 = i.R_1$, $V_2 = i.R_2$, $V_3 = i.R_3$

माना A व D के बीच तुल्य विभवान्तर V हो तो-

$V = V_1 + V_2 + V_3$

$V = i.R_1 + i.R_2 + i.R_3$

$i.R = i\ (R_1 + R_2 + R_3)$

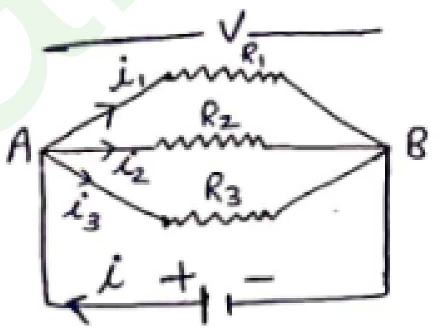
$R = R_1 + R_2 + R_3$

यदि प्रतिरोधो की संख्या n हो तो,

[$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ R_n$]

अतः श्रेणीक्रम मे जुडे प्रतिरोधो का तुल्य प्रतिरोध, उन प्रतिरोधो के योग के बराबर होता हैं।

**(ii) समान्तर क्रम या पार्श्वक्रम-** माना समान्तर क्रम में जुड़े प्रतिरोध क्रमशः $R_1$, $R_2$ व $R_3$ हैं तथा इनमें प्रवाहित धाराएँ क्रमशः $i_1$, $i_2$ व $i_3$ हैं तो –




चित्र से - $i = i_1 + i_2 + i_3$------------------- (i)

माना A व B के बीच विभवान्तर V हैं तो-

{V= iR,

$i = \frac{V}{R}$ }

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, i_2 = \frac{V}{R_2}, i_3 = \frac{V}{R_3}$$

समी० (i) से-

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\frac{V}{R} = V(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

यदि प्रतिरोधों की संख्या n हो तो –

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + - - - - - - + \frac{1}{R_n}$$

अतः पार्श्वक्रम मे जुडे प्रतिरोधो के तुल्य प्रतिरोध का वयुत्क्रम, उन प्रतिरोधो के वयुत्क्रमो के योग के बराबर होता है।

## वैद्युत सेल (Electric cell)

वैंधुत सेल एक ऐसी युक्ति है जो रासायनिक ऊर्जा को वैंधुत ऊर्जा में परिवर्तित करके, किसी परिपथ मे आवेश या धारा के प्रवाह को निरन्तर बनाए रखती है।

Note:- वैधुत सेल, वैधुत ऊर्जा का एक स्त्रोत है ।

## वैद्युत सेल के प्रकार-

**प्राथमिक सेल:-** वे सेल जो सीधे रासायनिक ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में परिवर्तित करते हैं प्राथमिक सेल कहलाते है। इन्हें दोबारा आवेशित नही किया जा सकता हैं जैसे- डेनियल सेल तथा शुष्क सेल ।

**द्वितीयक सेल:-** वे सेल जिन्हें बार बार आवेशित किया जा सकता है, द्वितीयक सेल कहलाते है। जैसे- सीसा संचायक सेल आदि।

## सेल का विद्युत वाहक बल (EMF of cell)

एकांक आवेश को सम्पूर्ण परिपथ मे (सेल सहित) प्रवाहित करने के लिए सेल द्वारा दी गई ऊर्जा को सेल का विद्युत वाहक बल कहते हैं।

$E = \frac{W}{q}$ जहाँ $E \rightarrow$ विद्युत वाहक बल

$W \rightarrow$ किया गया कार्य (सेल द्वारा दी गई ऊर्जा)

मात्रक = जूल/कूलाम या वोल्ट

## टर्मिनल विभवान्तर (Terminal Potential Difference)

किसी परिपथ मे दो बिन्दुओं के बीच एकांक आवेश को प्रवाहित करने में किए गए कार्य को उन बिन्दुओ के बीच टर्मिनल विभवान्तर कहते है। इसे V से प्रदर्शित करते हैं।

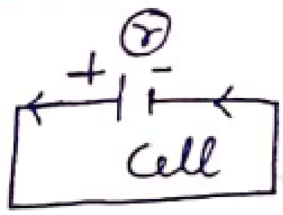
$$V = \frac{W_{\text{बाह्य}}}{q}$$

## विभव पतन (Potential Drop)

एकांक आवेश को आन्तरिक परिपथ में प्रवाहित करने के लिए सेल द्वारा दी गई ऊर्जा को विभव पतन कहते हैं। इसे 'V' से प्रदर्शित करते हैं।

$$'V' = \frac{W \text{ आन्तरिक}}{q}$$

## सेल का आन्तरिक प्रतिरोध (Intermal Resistance of cell)-




सेल की दोनों प्लेटो के बीच सेल के भीतर वैधुत धारा के प्रवाह मे उत्पन्न अवरोध को सेल का आन्तरिक प्रतिरोध कहते हैं। इसे 'r' से प्रदर्शित करते हैं।

### सेल का आन्तरिक प्रतिरोध निम्नलिखित बातों पर निर्भर करता है:-

- सेल का आन्तरिक प्रतिरोध सेल के दोनो प्लेटो के बीच की दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है।
- यह घोल द्वारा घेरे गए प्लेटो के क्षेत्र के व्युत्क्रमानुपाती है।
- यह वैधुत अपघट्य की सान्द्रता के बढ़ने पर बढ़ता है।
- यह वैद्युत अपघट्य तथा प्लेटो के पदार्थ पर निर्भर करता है।

**Note:-** सेल का आन्तरिक प्रतिरोध नियत रहता है बल्कि सेल को उपयोग मे लाते रहने पर धीरे-धीरे बढ़ता रहता है।

### सेल के टर्मिनल विभवान्तर, विद्युत वाहक बल तथा आन्तरिक प्रतिरोध में सम्बन्ध-

विद्युत वाहक बल की परिभाषा से-

$$E = \frac{W}{q} \rightarrow W = E.q$$ ----------------- (i)

टर्मिनल विभवान्तर की परिभाषा से-

$$V = \frac{W_{\text{बाह्य}}}{q} \rightarrow W_{\text{बाह्य}} = \mathrm{V.q}$$ ----------------- (ii)

विभव पतन की परिभाषा से-

$$'V' = \frac{W_{\text{आन्तरिक}}}{q} \rightarrow W_{\text{आन्तरिक}} = \mathrm{q}.'V'$$ ----------------- (iii)

ऊर्जा संरक्षण के नियम से-

W = W बाह्य + W आन्तरिक

समी० (i), (ii) व (iii) से-

E.q = V.q + q.'V'

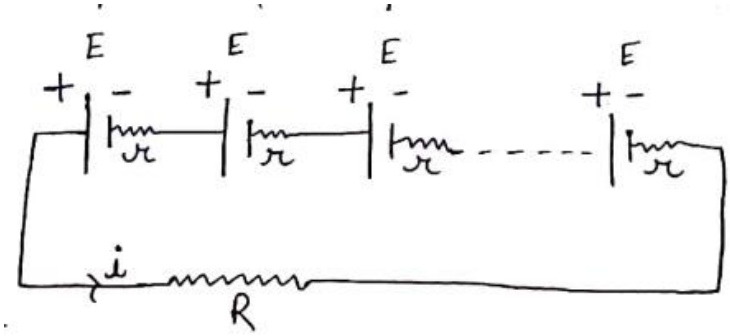
E.q = q(V + 'V') => {'V' = i.r}

[E = V + i.r] या [V = E - i.r]

## वैद्युत सेलो का संयोजन (Combination of electric cells)-

वैंधुत सेलो के संयोजन को बैंटरी कहते हैं। वैंधुत सेलो को तीन प्रकार से संयोजित किया जा सकता है।

BoardStudy




i. श्रेणीक्रम में:- माना n सेल श्रेणीक्रम में जुड़े हैं तथा प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r हैं। परिपथ में प्रयुक्त सेलों का कुल वैद्युत वाहक बल = $n_E$

सेलों का कुल आन्तरिक प्रतिरोध ⇒

⇒ r + r + r + ..... + n terms

⇒ nr

परिपथ का कुल प्रतिरोध = (nr + R)

परिपथ में प्रवाहित कुल वैद्युत धारा = $\frac{\text{कुल वैद्युत वाहक बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}}$

$$i = \frac{nE}{nr + R}$$

**Note =>**

Case 1: यदि nr <<< R

तो nr + R ≈ R

$i = \frac{nE}{R} = n \times \frac{E}{R} = n \times$ एक सेल से प्राप्त धारा [यह संयोजन लाभप्रद हैं।]

Case 2: यदि nr >>> R

तो $nr + R \approx nr$

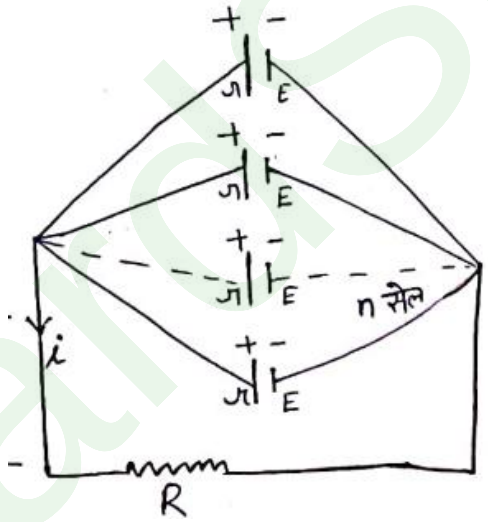
$i = \frac{nE}{nr} \rightarrow \frac{E}{R} =$ एक सेल से प्राप्त धारा [यह संयोजन व्यर्थ है।]

**ii.) समान्तर क्रम मे:-** माना n सेल समान्तर क्रम में जुड़े हैं। प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है। परिपथ में प्रयुक्त सेलों का कुल विद्युत वाहक बल = E

माना सेलों का कुल आन्तरिक प्रतिरोध r है

$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + - - - - n$ पदों तक

$\frac{1}{r'} = \frac{n}{r} \rightarrow r' = \frac{r}{n}$




परिपथ का कुल प्रतिरोध:- r' + R

$\rightarrow [\frac{r}{n} + R]$

अतः परिपथ मे प्रवाहित धारा:- $\frac{\text{कुल वैद्युत वाहक बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}}$

$i = \frac{E}{\frac{r}{n}} + R$

**Note:-** Case I:- यदि $\frac{r}{n} <<< R$

तो $\frac{r}{n} + R \approx R$

$i = \frac{E}{R} =$ एक सेल से प्राप्त धारा [यह संयोजन व्यर्थ हैं।]

Case 2: यदि $\frac{r}{n} >>> R$

तो $\frac{r}{n} + R \approx \frac{r}{n}$

$i = \frac{E}{\frac{r}{n}} = n \times \frac{E}{r} = n \times$ एक सेल से प्राप्त धारा

[यह संयोजन लाभप्रद है।]

**iii) मिश्रित संयोजनः-** माना प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है। एक पंक्ति में लगे सेलों का कुल विद्युत वाहक बल => nE

∴ पंक्तियाँ समान्तर क्रम में जुड़ी हैं इसलिए परिपथ का कुल विद्युत वाहक बल = nE

एक पंक्ति में लगे सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध -

→ r + r + r + ... + n पदों तक

→ nr

अतः m पंक्तियों में लगे सेलों का कुल आन्तरिक प्रतिरोध r' है।

$\frac{1}{r'} = \frac{1}{nr} + \frac{1}{nr} + \frac{1}{nr} + - - - - m$ पदों तक

$$\frac{1}{r'} = \frac{m}{nr} \rightarrow (r' = \frac{nr}{m})$$

अतः परिपथ का कुल प्रतिरोधः- R + r'

$\rightarrow \frac{nr}{m} + R$

अतः परिपथ मे प्रवाहित धाराः- $\frac{\text{कुल वैद्युत वाहक बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}}$

$$i = \frac{nE}{\frac{nr}{m}} + R - - - - - - (1)$$

$$i = \frac{nE}{\frac{nr + mR}{m}}$$

$$i = \frac{mnE}{nr + mR}$$

धारा i के अधिकतम मान के लिए (nr + mR) का मान न्यूनतम होना चाहिए।

nr + mR = $(\sqrt{nr^2}) + (\sqrt{m.R})^2$

= $(\sqrt{nr^2}) + (\sqrt{m.R})^2$ -2 $\sqrt{nr.}\ \sqrt{mR}$ + 2 $\sqrt{nr.}\ \sqrt{mR}$

$$nr + mR = (\sqrt{nR} - \sqrt{m.R})^2 + 2\sqrt{nr.}\ \sqrt{mR}$$

nr + mR के न्यूनतम मान के लिए -

$$(\sqrt{nR} - \sqrt{m.R})^2 = 0$$

$$\sqrt{nR} - \sqrt{mR} = 0$$

$\sqrt{nR} = \sqrt{mR}$ (वर्ग करने पर)

nr = mR

[$R = \frac{nr}{m}$]

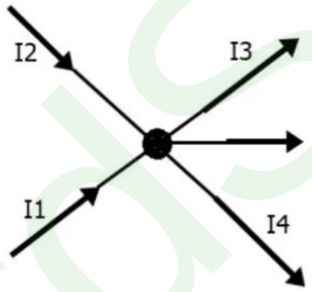
उपर्युक्त व्याख्या से स्पष्ट है कि मिश्रित संयोजन में जब सेलों का कुल आन्तरिक प्रतिरोध बाह्य प्रतिरोध के बराबर होता है तो धारा का मान अधिकतम होता है।

समी० (I) से-

$$i_{max} = \frac{nE}{\frac{nr}{m} + \frac{nr}{m}} \rightarrow i_{max} = \frac{nE}{\frac{2nr}{m}} \rightarrow \frac{mnE}{2nr} \rightarrow i_{max} = \frac{mE}{2r}$$

## किरचाफ के नियम (krichoff's Law)-

### i). प्रथम नियम / संधि नियम-




I1+I2=I3+I4+I5

किसी वैद्युत परिपथ में किसी संधि पर मिलने वाली समस्त धाराओ का बीजगणितीय योग शून्य होता है। अर्थात ($\Sigma\ i = 0$)

यदि संधि '0' की ओर आने वाली धाराएँ क्रमशः $i_1$ व $i_2$ है तथा संधि से दूर जाने वाली धाराएँ क्रमशः $i_3$, $i_4$ व $i_5$ तो संधि नियम से →

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

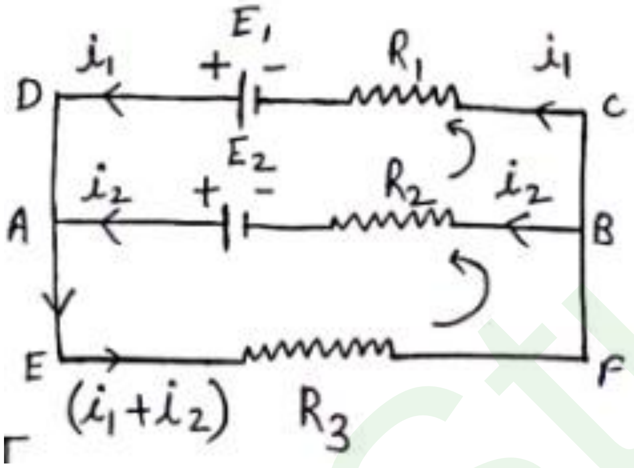
$$[i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5]$$

Note:- (1) संधि की ओर वाली धाराएँ तथा संधि से दूर जाने वाली धाराएँ ऋणात्मक होती हैं।

(2) यह नियम आवेश संरक्षण के नियम को व्यक्त करता हैं।

(3) इस नियम को किरचॉफ का 'धारा नियम' कहते हैं।

**ii). द्वितीय नियम / पाश नियम / लूप नियम-**




किसी परिपथ में प्रत्येक बन्द पाश के विभिन्न भागों में प्रवाहित धाराओं तथा उसके संगत प्रतिरोधों के गुणनफलो का बीजगणितीय योग उस पाश में लगने वाले वैद्युत वाहक बल के बीजगणितीय योग के बराबर होता है। **अर्थात**

(Σ i.R = Σ E)

[$i_1R_1 + i_2R_2 + i_3R_3 + - - - + i_nR_n = E_1 + E_2 + E_3 + - - - + E_n$]

**Note:-**

(i) यह नियम ऊर्जा संरक्षण के नियम को व्यक्त करता हैं।

(ii) इसे किरचाफ का वोल्टता नियम कहते हैं।

(iii) मुख्यधारा तथा इसकी दिशा में प्रवाहित धारा का मान धनात्मक परन्तु मुख्य धारा के विपरीत दिशा में प्रवाहित धारा का मान ऋणात्मक लेते हैं।

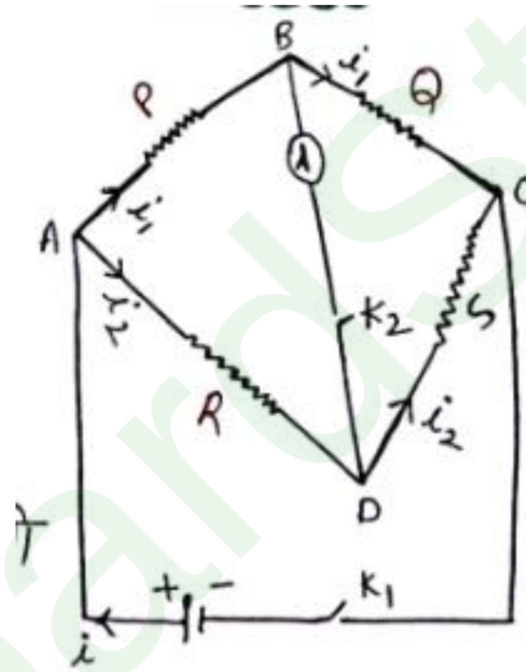
(iv) बंदपास ABCDA में लूप नियम से

[$i_1R_1 - i_2R_2 = E_1 - E_2$]

बंदपाश AEFBA में लूप नियम से

[$i_2R_2 + (i_1+i_2) R_3 = E_2$]

**व्हीटस्टोन सेतु (Wheatstone's Bridge)-** इस परिपथ की सहायता से तीन ज्ञात प्रतिरोधों की सहायता से चौथे आज्ञात प्रतिरोध का निर्धारण किया जाता है।




**परिपथ व्यवस्था-** चित्र की भाँति चार प्रतिरोधक तारों AB, BC, AD और DC को समांतर चतुर्भुज के भुजाओं के रूप में व्यवस्थित किया गया है।

जिनके प्रतिरोध क्रमशः P, Q, R व S है जिसमें प्रतिरोध P, Q, R ज्ञात है और S अज्ञात है। विकर्ण A, C में एक वैद्युत सेल इसके अलावा कुंजी $K_1$ को जोड़ा गया है। विकर्ण BD में एक धारामापी जोड़ा गया है।

**कार्य विधि / प्रयोग विधि-** सर्वप्रथम कुंजी $K_1$ दबाते हैं जिससे वैद्युत सेल से धारा प्रवाहित होती है। ये धारा बिन्दु A पर दो भागों यानि $i_1$ व $i_2$ में विभक्त हो जाती है। यहाँ पर चारों प्रतिरोधक तारों को इस प्रकार से व्यवस्थित किया जाता है कि कुंजी $K_2$ को दबाने पर धारामापी में कोई भी विक्षेप उत्पन्न न हो। इस स्थिति को अविक्षेप स्थिति कहते हैं और इस स्थिति में विकर्ण BD में धारा प्रवाहित नहीं होती है और ये सेतु का कार्य करता है।

बंदपाश ABDA में लूप नियम से -

$i_1.P - i_2.R = 0$

$i_1.P = i_2.R$ ---------------------- (i)

बंदपाश BCDB में लूप नियम से –

$i_1.Q - i_2.S = 0$

$i_1.Q = i_2.S$ ---------------------- (ii)

समी० (1) ÷ (2)-

$$\frac{i_1.P}{i_1.Q} = \frac{i_2.R}{i_2.S} \rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \rightarrow [S = R.\frac{Q}{P}]$$

**Note-** 1. चारों प्रतिरोधक तारों के प्रतिरोध एक ही कोटि के होने चाहिए।

2. जिन भुजाओं में समान धाराएँ प्रवाहित होती हैं, वे आनुपातिक भुजाएँ होती हैं। जैसे [$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$]

## मीटर सेतु (Metre-Bridge)-

व्हीटस्टोन सेतु के सिद्धान्त पर आधारित वह उपकरण जिसकी सहायता से किसी चालक (तार) का प्रतिरोध ज्ञात किया जाता है ऐसे उपकरण को मीटर-सेतु कहते हैं।

**रचना एवं कार्यविधि-** इसमें लकड़ी के एक तख्ते पर L आकार की तांबे की दो पत्तियाँ A तथा B चित्रानुसार लगी होती हैं। इनके बीच में एक तीसरी पत्ती B लगी होती है। A तथा B के मध्य प्रतिरोध बाक्स R लगा होता है। A तथा C के मध्य । मीटर लम्बा मैंगनिन अथवा कन्टेस्टन्ट का प्रतिरोध तार (उच्च विशिष्ट प्रतिरोध एवं निम्न प्रतिरोध ताप गुणांक) लगा होता है। तार के समांतर एक मीटर स्केल लगी होती है जिस पर तार की लम्बाई पढ़ी जाती है।

A तथा C के मध्य एक सेल तथा कुंजी जोड़ दी जाती है। जिस प्रतिरोध को ज्ञात करना है उसे B एवं C के मध्य जोड़ कर शून्य विक्षेप की स्थिति में तार की लम्बाई । की जाती है। सेतु के संतुलन की अवस्था में –

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

$$\frac{\rho \frac{1}{A}}{\rho \frac{(100-l)}{A}} = \frac{R}{S}$$

$$\frac{1}{100-l} = \frac{R}{S}$$

$$S = R\left(\frac{100-l}{l}\right)$$

R का मान हमें ज्ञात है तथा मीटर स्केल से l का मान पढ़कर S का मान ज्ञात किया जा सकता है।

**विभवमापी (Potentiometer)**- एक ऐसी युक्ति है जिसकी सहायता से किसी सेल का विद्युत वाहक बल, आंतरिक प्रतिरोध अथवा परिपथ के किन्ही दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर ज्ञात किया जाता है।

**सिद्धान्तः-** यह निम्नलिखित दो सिद्धान्तो पर कार्य करता है।

i. यदि किसी प्रतिरोध तार पर विभवान्तर लगाया जाता हैं तो यह उसकी सम्पूर्ण लम्बाई पर एकसमानरूप से वितरित हो जाता है। यदि प्रतिरोध तार की लम्बाई l तथा इस पर तथा इस पर विभवान्तर V हो तो इस पर विभव प्रवणता-

$K = \frac{v}{l}$

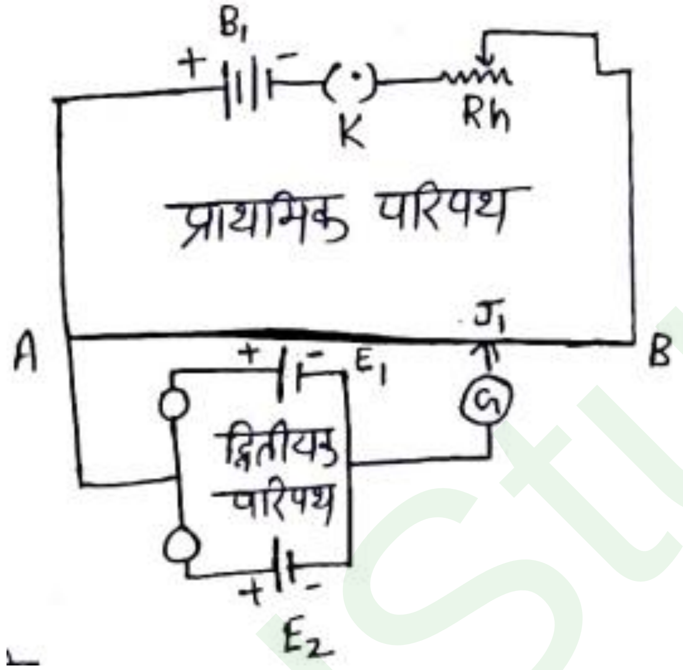
ii. इसमे हम विभवान्तर अथवा विद्युत वाहक बल की तुलना शून्य विक्षेप की स्थिति में करते हैं। अतः त्रुटि की सम्भावना बहुत कम रहती हैं।

**रचना-** इसमें लकड़ी के एक तख्ते पर मैंगनीन अथवा कॉन्स्टेंटन का 4 से 12 m लम्बा प्रतिरोध तार एक-एक मीटर के टुकड़ों में काटकर समांतर बिछा दिए जाते हैं। इन्हें तांबे की पत्तियों की सहायता से श्रेणीक्रम में जोड़ दिया जाता है। तार के दोनों सिरों पर दो सम्बन्धक पेंच C लगा होता है। सिरों A तथा B को कुंजी K के साथ बाह्य बैटरी B के द्वारा जोड़ दिया जाता है।

## विभवमापी के उपयोग-

### 1. दो सेलों के विद्युत वाहक बल की तुलना करने-

**परिपथ व्यवस्था-**




(i) सर्वप्रथम एक प्रायोगिक तार AB, संचायक सेल $B_1$, कुंजी K एवं धारा नियंत्रक Rh के द्वारा एक प्राथमिक परिपथ तैयार करते हैं।

(ii) द्वितीयक परिपथ में द्विमागी कुंजी $K_1$ व $K_2$ के साथ दो सेलो $E_1$ व $E_2$ को सम्बन्धित करते हैं। इन्हीं सेलो की विद्युत वाहक बलों की तुलना करनी हैं।

(iii) सेलो के ऋण सिरों को परस्पर सम्बन्धित करके उससे एक गैल्वेनोमीटर तथा जाकी को सम्बन्धित करते हैं।

### प्रयोग विधि-

(i) सर्वप्रथम कुंजी K को बन्द करके तार AB के सिरों के बीच विभव प्रवणता उत्पन्न करते हैं।

(ii) अब कुंजी $K_1$ को बन्द करके जाकी की सहायता से अविक्षेप स्थिति (शून्य विक्षेप स्थिति) $J_1$ प्राप्त करते हैं।

यदि $AJ_1 = l_1$

$E_1 = Kl_1$ ------------------ (i)

(iii) अब कुंजी $K_2$ को बन्द करके शून्य विक्षेप स्थिति $J_2$ प्राप्त करते हैं।

यदि $AJ_2 = l_2$

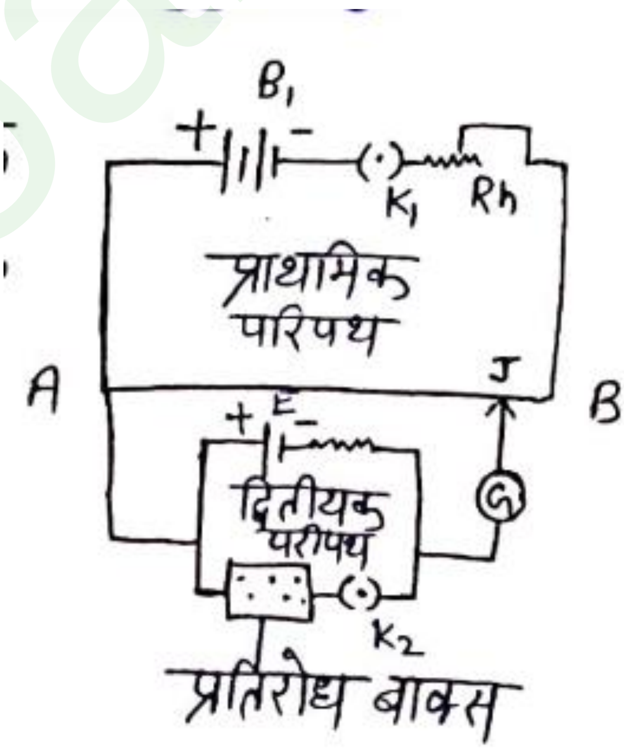
$E_2 = Kl_2$ ------------------ (ii)

समी० (i) ÷ (ii)

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{Kl_1}{Kl_2} \rightarrow [\frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2}]$$

## 2. किसी प्राथमिक सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना-

**परिपथ व्यवस्था-**



(i) सर्वप्रथम एक प्रायोगिक तार AB, संचायक सेल $B_1$, कुंजी $K_1$ एवं धारा नियंत्रक Rh की सहायता से प्राथमिक परिपथ तैयार करते हैं।

(ii) द्वितीयक परिपथ में एक प्रतिरोध बाक्स के साथ कुंजी $K_2$ तथा इसके समान्तर क्रम में E विद्युत वाहक बल एवं आन्तरिक प्रतिरोध r की सेल सम्बन्धित करते हैं।

(iii) चित्र की भांति द्वितीय परिपथ से एक गैल्वेनोमीटर G और जाकी को सम्बन्धित करते हैं।

## प्रयोग विधि-

(i) सर्वप्रथम कुंजी $K_2$ को प्लग से निकालकर सेल E को खुले परिपथ में रखते हैं।

(ii) अब सेल कुंजी $K_1$ बन्द करके सेल E के लिए शून्य विक्षेप स्थिति $J_1$ प्राप्त करते हैं।

यदि $AJ_1 = l_1$

$E = Kl_1$------------------ (i)

(iii) अब प्रतिरोध बॉक्स से कोई उचित प्रतिरोध निकालकर तथा कुंजी $K_2$ बन्द करके प्रतिरोध के सिरों के बीच लगने वाले विभवान्तर V के लिए तार AB पर शून्य विद्युत स्थिति $J_2$ प्राप्त करते हैं।

यदि $AJ_2 = l_2$

$V = Kl_2$ ------------------ (ii)

समी (i) ÷ (ii)

$$\frac{E}{V} = \frac{l_1}{l_2}$$

*सेल का आन्तरिक प्रतिरोध-*

$r = \left(\frac{E}{V} - 1\right).R \rightarrow [r = \left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right).R]$ *जहाँ r = सेल का आन्तरिक प्रतिरोध*

BoardStudy