

तरलों के यांत्रिकी गुण

दाब :- किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाली अभिलम्बवत बल को उस पृष्ठ पर दाब कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं। यदि किसी पृष्ठ क्षेत्रफल A पर कार्य करने वाला अभिलम्बवत बल f हो तो

$$\text{दाब} = \frac{\text{बल}}{\text{पृष्ठ क्षेत्रफल}}$$

$$P = \frac{f}{A}$$

तरल दाब :- किसी पात्र में रखे तरल द्वारा पात्र की दीवारों के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर आरोपित बल को तरल दाब कहते हैं। माना किसी तरल (द्रव) का घनत्व P तथा गुरुत्वीय त्वरण g हो तो h गहराई पर तरल का दाब

$$P = h\rho g$$

वायुमंडलीय दाब :- वायुमंडलीय में उपस्थित यह गैस वायु द्वारा किसी बिन्दु पर डाले गए दाब को वायुमंडलीय दाब कहते हैं। अथवा वायुमंडल में उपस्थित गैस/वायु सभी प्रणालियों पर अधिक दबाव डालती है जिसे वायुमंडलीय दाब या वायु दाब कहते हैं।

स्थैतिक दाब :- द्रव या तरल द्वारा संपर्क तल के एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाले अभिलम्बवत बल को द्रव कहते हैं। एवं इसे स्थैतिक दाब भी कहते हैं।

अधिक्य दाब :- किसी द्रव्य के पृष्ठ के अवतल पार्श्व पर उत्तर पार्श्व की अपेक्षा अधिक दाब कार्य करता है। दाब के इस अंतर को अधिक्य दाब कहते

हैं।

दाब का मात्रक

$$\text{दाब के सूत्र } P = \frac{f}{A} \text{ से}$$

अतः दाब का मात्रक, बल के मात्रक तथा क्षेत्रफल के मात्रक का अनुपात होगा तो

$$P = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}^2}$$

अतः MKS पद्धति में दाब का मात्रक न्यूटन/मीटर² होता है एवं दाब का SI मात्रक पास्कल होता है। जिसे P_A से प्रदर्शित करते हैं।

$$1 \text{ पास्कल} = 1 \text{ न्यूटन/मीटर}^2$$

दाब के अन्य मात्रक - वायुमंडल, बार तथा टर भी होते हैं।

$$1 \text{ वायुमंडलीय दाब (atm)} = 1.013 \times 10^5 \text{ पास्कल}$$

$$1 \text{ बार} = 10^5 \text{ पास्कल}$$

$$1 \text{ टर} = 133 \text{ पास्कल}$$

• द्रव्य (तरल) दाब के नियम

1. किसी द्रव्य के भीतर एक ही क्षेत्रफल में स्थित सभी बिन्दुओं पर दाब समान होता है।
2. किसी द्रव का दाब उस द्रव के घनत्व के समानुपाती होता है।
3. तरल से भरे पात्र में डूबे पिंड की दीवारों पर एक बिन्दु के लंबवत कार्य

करता है।

4. स्थिर द्रव के अंतर्गत किसी बिन्दु पर दाब द्रव के मुक्त पृष्ठ से उस बिन्दु की गहराई के अनुक्रमानुपाती होता है।

तरल स्तंभ के कारण दाब :- माना तरल से भरा एक पात्र है। तरल की स्वतंत्र सतह से h गहराई पर एक बिन्दु O है जिस पर द्रव का दाब ज्ञात करना है। तो इसके लिए बिन्दु O को केन्द्र मानकर एक क्षैतिज वृत्त खींचा जाता है।

$$V = \text{क्षेत्रफल} \times \text{उँचाई}$$

$$V = A \times h$$

यदि द्रव का घनत्व P हो तो

द्रव स्तंभ का द्रव्यमान $M = \text{आयतन} \times \text{घनत्व}$

$$M = V \times P$$

$$M = AhP$$

तथा द्रव का स्तंभ भार

$$W = \text{द्रव्यमान} \times \text{गुरुत्वीय त्वरण}$$

$$W = m \times g$$

$$W = AhP \times g$$

चुंकि यह लम्बवत भार बेलन के बिन्दु O के चारों ओर क्षेत्रफल पर कार्यरत रहता है। तो बिन्दु O पर दाब

$$P = \frac{\text{लम्बवत}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

$$P = \frac{W}{A}$$

$$P = \frac{AhP \times g}{A}$$

$$P = h\rho g$$

अतः द्रव के भीतर किसी बिन्दु पर द्रव के कारण दाब उसकी गहराई, द्रव के घनत्व तथा गुरुत्वीय त्वरण के गुणनफल के बराबर होता है।

पास्कल का नियम :- द्रव के दाब के संचरण के संबंध में वैज्ञानिकों पास्कल ने एक नियम का प्रतिपादन किया जिसे पास्कल का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार, जब किसी बंद पात्र में रखें द्रव के किसी एक भाग पर संतुलन अवस्था में दाब लगाया जाता है तो बिना क्षय हुए सम्पूर्ण द्रव का सभी दिशाओं में समान रूप से संचरित हो जाता है। इसे पास्कल का नियम कहते हैं। अथवा द्रव का संचरण नियम भी कहते हैं।

पास्कल के नियम का सिद्धान्त :- इनके अनुसार द्रव का किसी एक बिन्दु पर आरोपित दाब अन्य सभी बिन्दुओं पर समान रूप से संचरित हो जाता है। अतः स्पष्ट होता है कि कम परिमाण के दाब को अपेक्षाकृत बहुत बड़े क्षेत्रफल पर संचरित करके उस क्षेत्रफल पर अधिक दाब आरोपित किया जा सकता है। यही पास्कल के नियम का मुख्य सिद्धान्त है।

→ द्रव चालित लिफ्ट का उपयोग भारी वस्तुओं जैसे- कार, ट्रक, मोटर गाड़ी, ट्रैक्टर आदि को ऊपर में किया जाता है। इसका कार्य सिद्धान्त पास्कल के नियम पर आधारीत है।

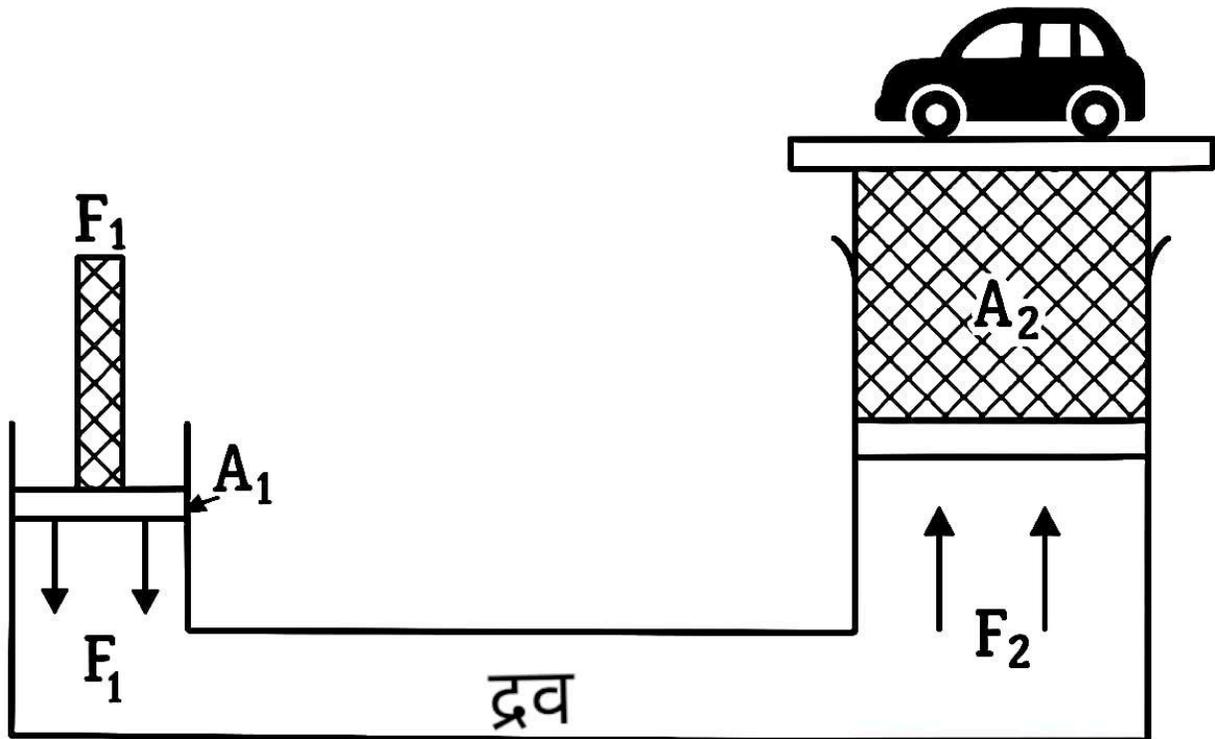
पास्कल द्रव का SI मात्रक है

। पास्कल में । न्युटन/मीटर² होते हैं एवं । बार में 10^{-5} पास्कल होते हैं।

पास्कल नियम के उदाहरण- हाइड्रॉलिक लिफ्ट, द्रव चालित लिफ्ट,

हाइड्रॉलिक ब्रेक आदि।

हाइड्रॉलिक लिफ्ट (द्रवचालित लिफ्ट) :- यह पास्कल के नियम पर आधारित एक ऐसी युक्ति होती है। जो कार, ट्रक तथा अन्य वाहनों को ऊपर उठाने के लिए प्रयोग की जाती है। हाइड्रॉलिक लिफ्ट की व्यवस्था कैसी होती है इसे चित्र से प्रदर्शित किया गया है।



इसमें एक बड़े पात्र में तरल पदार्थ भरा रहता है। इस पात्र में दो अलग-अलग नलियाँ होते हैं। इन नालियों में से एक नली का क्षेत्रफल कम तथा दूसरी का अधिक होता है। इन दोनों नलियों में पिस्टन लगी होती है। जिस पर वाहन उठाना होता है। उसे बड़ी पिस्टन के ऊपर रखते हैं। अब छोटी पिस्टल पर बल लगाते हैं। यह बल द्रव पर बल आरोपित करता है। पास्कल के अनुसार यह दाब बिना किसी हानि के सभी दिशासार में संचरित हो जाता है। जिससे बड़ी पिस्टन ऊपर की ओर उठ जाती है। जैसे चित्र में दिखाया गया है।

माना छोटी पिस्टन का क्षेत्रफल A_1 , तथा बल f_1 , हैं। एवं बड़ी पिस्टन का क्षेत्रफल A_2 तथा बल f_2 हो तो f_1 द्वारा आरोपित दाब

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1} \text{ समी (1)}$$

चूंकि दाब सभी दिशाओ मे संचरित हो जाता है
अतः यह दाब दूसरे पिस्टल पर भी लगेगा तो

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2} \text{ समी (2)}$$

समी (1) व समी (2) से

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$f_2 = \frac{A_2}{A_1} \times F_1$$

चूंकि $A_2 > A_1$ अर्थात $F_2 > F_1$

अतः बड़ी पिस्टन पर आरोपित बल छोटी पिस्टन से अधिक होता है तभी वस्तु ऊपर की ओर उठ जाती है।

हाइड्रॉलिक ब्रेक (द्रवचालित ब्रेक) :- हाइड्रॉलिक ब्रेक भी द्रवचालित लिफ्ट की भांति ही है। इसका कार्य सिद्धान्त भी पास्कल के नियम पर आधारित होता है। इसके द्वारा वाहन के सभी पहियो पर एक साथ अपमंदक बल लगाया जाता है। इसमे एक मास्टर बेलन होता है। जिसमे तरल पदार्थ भरा रहता है जिसका सीधा संपर्क ब्रेक पेटिल से होता है। एवं इसका मास्टर

बेलन से छोटी-छोटी नलिया सभी पहियों मे जुड़ी होती हैं। सभी पहियों पर ब्रेक शु लगे होते हैं। इनका काम पहियों को रोकना होता है। जब वाहन चालक द्वारा ब्रेक पेटिल को दबाया जाता है तो मास्टर बेलन मे दाब आरोपित हो जाता है। पास्कल नियम के अनुसार यह दाब सभी दिशाओ मे समान रूप से संचारित हो जाता है। अतः वाहन के सभी पहियो पर एक साथ अपमंदक बल लगता है जिससे वाहन रुक जाता है।

बरनौली की प्रमेय :- जब कोई असंपिडन तथा अश्यान द्रव अथवा गैस धारा रेखीय प्रवाह में बहता है तो इसके मार्ग के प्रत्येक बिन्दु पर इसके एकांक आयतन की कुल उर्जा अर्थात दाब ऊर्जा, गतिज उर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा का योग एक नियतांक होता है इसे बरनौली की प्रमेय कहते हैं।

अतः

$$P + \frac{1}{2}Pv^2 + Pgh = \text{नियतांक}$$

Pg से भाग करने पर

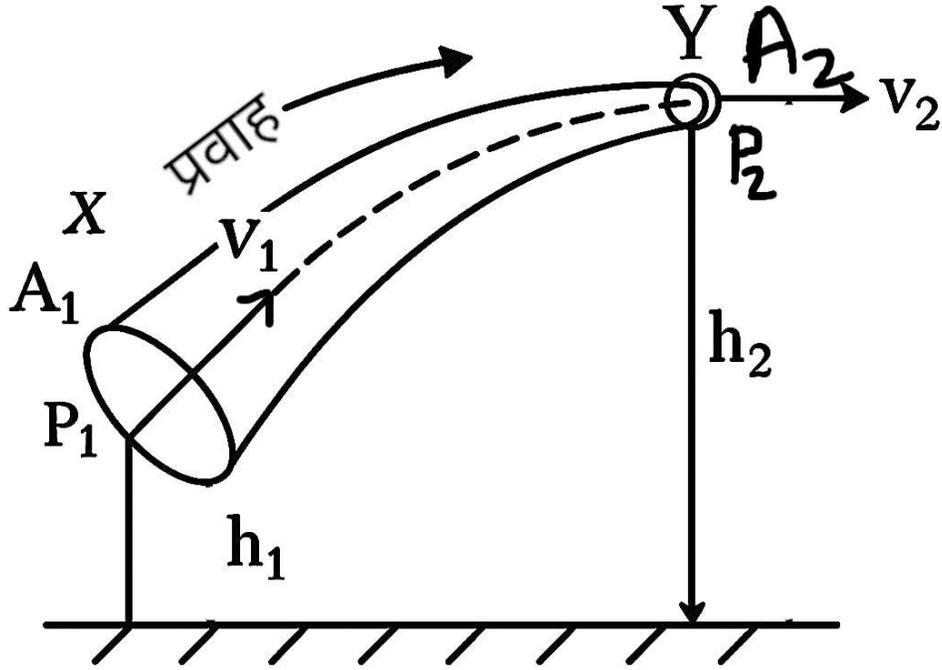
$$\frac{P}{Pg} + \frac{V^2}{2g} + h = \text{नियतांक}$$

दाब शीर्ष + वेग शीर्ष + गुरुत्वीय शीर्ष = नियतांक

यही बरनौली प्रमेय का समीकरण है बरनौली की प्रमेय उर्जा संरक्षण के सिद्धांत पर आधारित होती है।

बरनौली प्रमेय की उत्पत्ती (सिद्ध) :-

मानो कोई असंपिडन तथा अश्यान द्रव किसी असमान अनुप्रस्थ काट वाली नली में धारा रेखीय प्रवाह में प्रवाहित हो रहा है। जैसे चित्र में दिखाया गया



माना अनुप्रस्थ काट X का क्षेत्रफल A_1 , तथा दाब P_1 है एवं इसकी पृथ्वी से ऊँचाई h_1 है तथा दाब P_2 है एवं इसकी पृथ्वी से ऊँचाई h_2 है। चूंकि A_2 का क्षेत्रफल A_1 से कम है। अतः अविररता के सिद्धान्त से y का वेग v_2 तथा x का वेग v_1 से अधिक होगा।

माना द्रव का प्रवाह x सिरे से 1 सेकण्ड के लिए होता है। जिसमें वह v_1 दूरी तय कर लेता है। इस द्रव पर $(P_1 \times A_1)$ का बल आरोपित होता है। तो एक सेकण्ड में x सिरे में प्रवेश करने वाले द्रव पर किया गया है

$$W_1 = P_1 \times A_1 \times v_1$$

इसी प्रकार y सिरे पर कार्य

$$W_2 = P_2 \times A_2 \times v_2$$

अतः द्रव पर किया गया कुल कार्य

$$W = W_1 - W_2$$

$$W = (P_1 \times A_1 \times v_1) - (P_2 \times A_2 \times v_2)$$

चूंकि सततता के समीकरण से प्रत्येक काट पर एक सेकण्ड में प्रवाहित आयतन समान होता है। तो

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = v \text{ आयतन}$$

$$\text{तो कार्य } W = (P_1 - P_2)v$$

या

$$W = (P_1 - P_2) \frac{m}{\rho} \text{ समी (1)}$$

यदि x सिरे पर परवेश करने वाले द्रव की गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2} m v_1^2$ तथा y सिरे पर गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2} m v_2^2$ है। तो गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$\Delta k = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Delta k = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \text{ समी (2)}$$

अब x सिरे स्थितिज ऊर्जा mgh_1 तथा y सिरे पर स्थितिज ऊर्जा mgh_2 है तो स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$\Delta U = mgh_2 - mgh_1$$

$$\Delta U = mg (h_2 - h_1) \text{ समी (3)}$$

चूंकि द्रव की ऊर्जा में परिवर्तन उसमें किए गए कार्य के कारण ही होती है तो

समी (1), (2) व (3) के मान रखने पर

$$(P_1 - P_2) \frac{m}{\rho} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + mg (h_2 - h_1)$$

$$(P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1))$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

अतः

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{नियतांक}$$

यही बरनॉली की प्रमेय का समीकरण है।

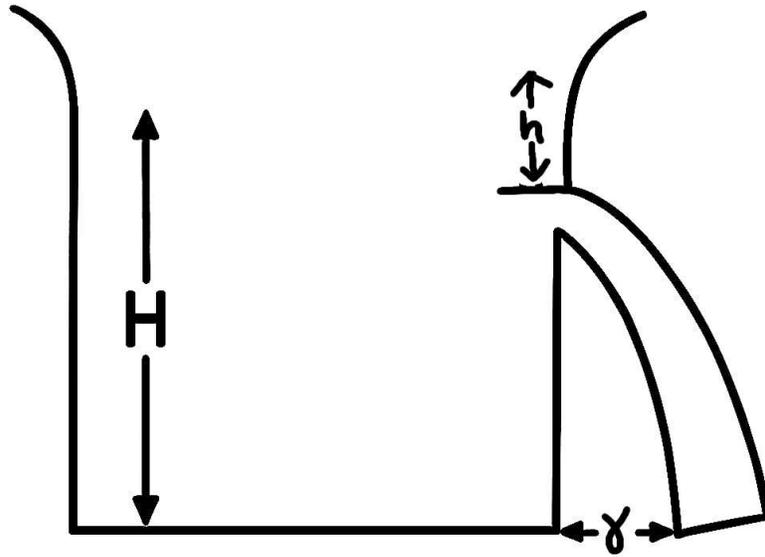
बरनॉली की प्रमेय के अनुप्रयोग

1. वेंच्युरी मीटर
2. हवाई जहाज के पंखें
3. मैंगनस प्रभाव

टॉरिसेली प्रमेय :- इस नियम के अनुसार, किसी द्रव से भरी टंकी की दीवार पर एक सूक्ष्म छिद्र कर दिया जाता है तो इसमें से निकलने वाले द्रव का बहिः स्त्राव वेग, द्रव की मुक्त सतह से छिद्र तक गुरुत्व के अधिन गिरने वाले तथा पिंड द्वारा प्राप्त किए गए वेग के बराबर होती है इसे टॉरिसेली प्रमेय कहते हैं। या टॉरिसेली प्रमेय नियम भी कह सकते हैं। वैज्ञानिक टॉरिसेली ने बताया कि सतह से उपर एक छिद्र कर दे तो द्रव उस छिद्र में जिस वेग से निचे गिरता है उस वेग को बहिः स्त्राव वेग कहते हैं।

सूत्र की उत्पत्ति :- माना एक पात्र है जिसमें H ऊँचाई तक द्रव भरा है पात्र के उपरी स्वतंत्र तल से h गहराई पर छिद्र है। माना पात्र के स्वतंत्र तल और छिद्र पर वायुमंडलीय दाब उपस्थित है। तो द्रव के प्रवाह पर इस दाब का कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। अर्थात् स्वतंत्र तल पर गतिज ऊर्जा शून्य होगी।

माना द्रव का घनत्व P तथा वायुमंडलिय दाब P है एवं द्रव, छिद्र से v बहिःस्राव वेग से बाहर निकल रहा है। द्रव के बहिः स्राव वेग V तथा स्वतंत्र तल से छिद्र की दूरी h में निम्न सम्बंध होगा।



टॉरिसेलि प्रमेय

बरनौली प्रमेय के अनुसार, द्रव के स्वतंत्र तल पर तथा छिद्र के हर एक बिन्दु पर द्रव का दाब तथा एकांक आयतन का कुल दाब का योग बराबर होना चाहिए।

$$\text{अतः } P + 0 + Pgh = P + \frac{1}{2} \rho v^2 + Pg(H-h)$$

$$Pgh = \frac{1}{2} \rho v^2 + Pgh - Pgh$$

$$Pgh = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$V = \sqrt{2gh}$$

इस समीकरण को ही बहिःस्त्राव वेग का नियम कहते हैं। जहां v बहिःस्त्राव वेग, h स्वतंत्र तल से छिद्र तक की गहराई तथा g गुरुत्वीय त्वरण है।

अर्थात् इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि किसी छिद्र से गिरते द्रव का बहिःस्त्राव वेग v छिद्र की द्रव के स्वतंत्र तल से गहराई h तथा उसके गुरुत्वीय त्वरण g के दो गुने के गुणनफल के वर्गमूल के बराबर होता है।

इस सूत्र द्वारा यह भी स्पष्ट होता है पात्र में द्रव स्वतंत्र तल से क्षेत्र जितनी अधिक गहराई पर होता है। द्रव का मान उतना ही अधिक होता है।

श्यानता :- घर्षण अध्याय से हमने पढ़ा की जब एक वस्तु दूसरी वस्तु की सतह पर स्पर्श करती है या फिसलती है तो उनके बीच घर्षण बल उत्पन्न हो जाता है। जो इन वस्तुओं की गति का विरोध करता है। इसी प्रकार यह घटना द्रवों में भी होती है।

जब दो द्रवों की परतें आपस में एक दूसरों के उपर फिसलते हैं तो उनके बीच एक बल कार्य करता है। जो उनकी गति का विरोध करता है इस बल को द्रव का आंतरिक बल कहते हैं।

श्यान बल :- जब द्रव की विभिन्न परतें होती हैं तो उनके बीच आंतरिक स्पर्श रेखीय घर्षण बल कार्य करता है जिसे इसका श्यान बल कहते हैं।

श्यानता :- तरल पदार्थों का वह गुण जिसके कारण वह अपनी परतों के बीच होने वाली गति का विरोध करता है। श्यानता को उदाहरण द्वारा समझते हैं।

1. वायु तुलना में जल की श्यानता अधिक होती है क्योंकि जितनी तेज हम वायु में चल सकते हैं इतनी तेज जल में नहीं चल सकते हैं।

2. शहद में श्यानता का गुण अन्य द्रवों की अपेक्षा अधिक पाया जाता है। चूंकि जब शहद कीप से गुजरता है तो इसकी परतों के बीच होने वाली आपेक्षिक गति का विरोध बहुत अधिक होता है।

वेग प्रवणता :- एकांक दूरी पर स्थित द्रव दो परतों के बीच में परिवर्तन को वेग प्रवणता कहते हैं। अतः

$$\text{वेग प्रवणता} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

वेग प्रवणता का मात्रक प्रति सेकण्ड एवं विमीय सूत्र $[M^0L^0T^{-1}]$ होता है। यह एक सदिश राशि है।

श्यानता गुणांक :- किसी द्रव की एकांक पृष्ठ क्षेत्रफल वाली दो परतों के बीच लगने वाले श्यान बल को उसका श्यानता है। इसे n से प्रदर्शित करते हैं। यह श्यान बल द्रवों के बीच एकांक वेग प्रवणता के लिए आवश्यक होता है।

श्यानता गुणांक का SI मात्रक किग्रा/मीटर-सेकण्ड होता है इसका अन्य मात्रक प्वाइज भी होता है।

1 किग्रा/मीटर-सेकण्ड = 10 प्वाइज

श्यानता गुणांक का सूत्र :- द्रव-किन्हीं दो परतों के बीच कार्य करने वाला श्यान बल दो बातों पर निर्भर करता है।

(1) यह बल परतों के पृष्ठ क्षेत्रफल A के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात्

$$F \propto A$$

(2) यह बल परतों की वेग प्रवणता $\frac{\Delta V}{\Delta x}$ के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात्

$$f \propto \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

$$\text{अतः } F \propto A \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

$$f = nA \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

जहां n एक नियतांक है जिसे द्रव का श्यानता गुणांक कहते हैं।

यदि $A = 1$ तथा $\frac{\Delta V}{\Delta x} = 1$ हो तो श्यान बल

$$f = n$$

अर्थात् किसी द्रव का श्यानता गुणांक उस श्यान बल के बराबर होता है जो एकांक क्षेत्रफल वाली द्रव की दो परतों के बीच कार्य करती है जबकी परतों के बीच वेग प्रवणता एकांक हो।

श्यानता गुणांक का विमीय सूत्र

श्यानता गुणांक के सूत्र से

$$n = A \frac{f}{\frac{\Delta x}{\Delta x}}$$

$$n \text{ की विमा} = \left[\frac{MLT^{-2}}{[L^2][T^{-1}]} \right]$$

$$n \text{ की विमा} = \left[\frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-1}} \right]$$

$$n \text{ की विमा} = [ML^{-1}T^{-1}]$$

अतः श्यानता गुणांक का विमीय सूत्र $[ML^{-1}T^{-1}]$ होता है।

स्टोक्स का नियम :- वैज्ञानिक स्टोक्स ने सिद्ध किया की r त्रिज्या की किसी गोले का श्यानता गुणांक n हो एवं गोली पूर्णतः समांग व अनंत विस्तार वाले तरल माध्यम में v वेग से गति करती है। तो उसके उपर श्यान बल गति की विपरित दिशा में कार्य करने लगता है, तब श्यान बल

$$f = 6\pi\eta rv$$

इस समीकरण को स्टोक्स का नियम कहते हैं। जहाँ η श्यानता गुणांक है।

सीमांत वेग की गणना :- माना r त्रिज्या की कोई गोली है जिसका घनत्व P है। यह गोली एक तरल में गिर रही है। जिसका घनत्व 0 है। एव द्रव का श्यानता गुणांक n है तो गोली सीमांत वेग प्राप्त कर लेगी।

इसके वेग पर दो बल कार्य करते हैं।

$$1. \text{ प्रभावी बल} = \frac{4}{3}\pi r^3 (P - \sigma)$$

जहाँ $\frac{4}{3}\pi r^3$ गोली का आयतन है।

$$2. \text{ श्यान बल} = 6\pi\eta rv$$

यह दोनो बल बराबरी होंगे अतः

$$6\pi nrv = \frac{4}{3}\pi r^3 (P - \sigma)g$$

$$v = \frac{2}{9} \frac{r^2(P-\sigma)g}{n}$$

यह सीमांत वेग का सूत्र है।

स्टॉक की प्रमेय के उदाहरण

कुछ महत्वपूर्ण स्टोक्स के नियम के अनुप्रयोग नीचे दिए गए हैं।

1. बादल का बनना :- जब जल की वाष्प घुल के कणों पर संघनित होती है तो शुरु में यह बूंदें बहुत छोटी-छोटी होती हैं एवं इनकी नीचे की ओर चाल बहुत कम होती है। अर्थात् यह छोटी-छोटी बूंदें मिलकर एक बड़े बादल का रूप ले लेती हैं।

2. पैराशूट से उतरना :- जब कोई व्यक्ति पैराशूट लेकर हवाई जहाज से नीचे कूदता है तो वह पैराशूट को खोल देता है। पैराशूट खोलने से पहले व्यक्ति की गुरुत्वीय त्वरण अधिक होता है लेकिन पैराशूट के पूरे खुलने के बाद त्वरण कम होने लगता है। चूंकि वायु में श्यानता होती है जिस कारण त्वरण शून्य हो जाता है। अतः व्यक्ति के नीचे उतरने की चाल कम हो जाती है। जिससे वह धरती पर बिल्कुल सुरक्षित उतर जाता है।

3. वर्षा की बुन्दों का गिरना :- जब वायु में जल वाष्प का संघनन छोटी-छोटी बुन्दों में होता है तो यह बुन्दें अपने भार के कारण पृथ्वी की ओर गिरने लगती हैं। क्योंकि वायु में श्यानता होती है। अतः वह इन बुन्दों को गिरने की गति का विरोध करती हैं। जैसे-जैसे बुन्दों के गिरने की चाल बढ़ती

हैं। वैसे ही श्यान बल भी बढ़ता जाता है। चूंकि चाल बुन्दों की त्रिज्या के अनुक्रमानुपाती होती है। अतः छोटी बुन्दों की चाल कम तथा बड़ी बुन्दों की चाल अधिक होती है।

पृष्ठ तनाव :- किसी द्रव का पृष्ठ पर खींची गई काल्पनिक रेखा की एकांक लम्बाई पर कार्यरत बल को द्रव का तनाव कहते हैं। पृष्ठ तनाव, द्रव की सतह पर प्रत्यास्थ का गुण दर्शाती है अर्थात् यह द्रव की सतह पर फैल जाती है जाती है तथा सिकुड़ भी जाती है पृष्ठ तनाव को T से प्रदर्शित करते हैं।

यदि L लम्बाई की द्रव की सतह पर f बल कार्यरत है तो पृष्ठ तनाव का सूत्र निम्न होगा-

$$\text{पृष्ठ तनाव} = \frac{\text{बल}}{\text{लंबवत दूरी}}$$

$$T = \frac{f}{L}$$

इसका मात्रक न्युटन/मीटर तथा पृष्ठ तनाव का CGS पद्धति में मात्रक ग्राम/सेकण्ड² होता है एवं विमीय सूत्र $[MT^{-2}]$ होता है। पृष्ठ तनाव का मान द्रव के ताप प्रकृति तथा माध्यम पर निर्भर करता है।

पृष्ठ तनाव का प्रभाव

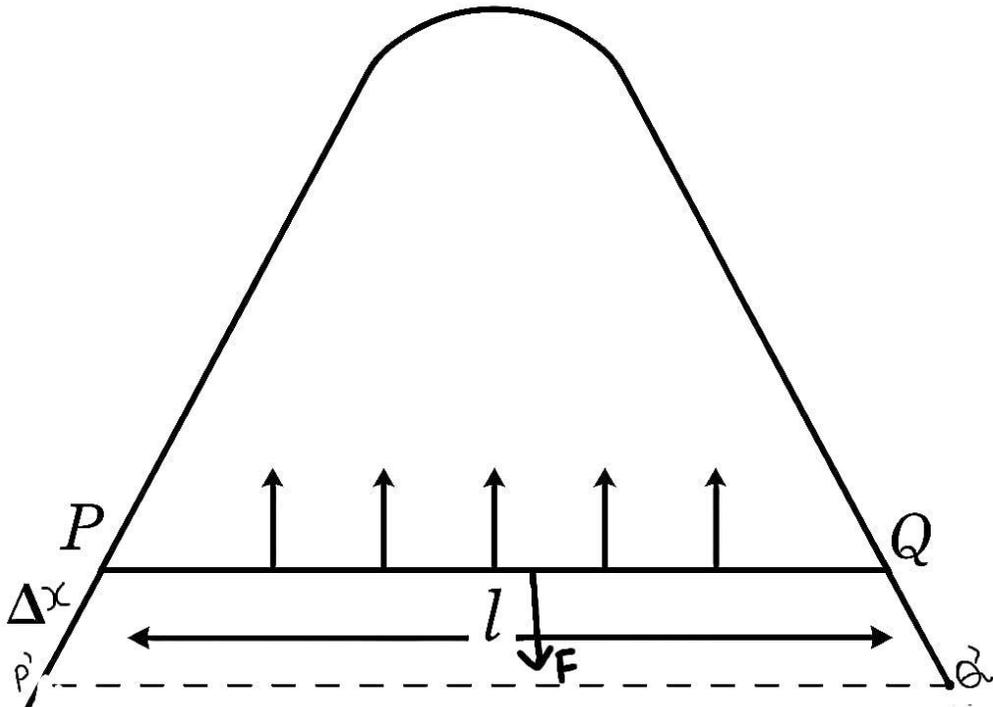
1. ताप का प्रभाव → ताप बढ़ाने पर द्रव का संसर्जक बल का मान घट जाता है। जिसके कारण उसका पृष्ठ तनाव भी घट जाता है। क्रांतिक ताप पर पृष्ठ तनाव शून्य होता है।

2. अशुद्धियों का प्रभाव → यदि द्रव के धूल कंकड़ तथा चिकनाई + तेल या ग्रीस अदि अशुद्धिया उपस्थित होती हैं तो पृष्ठ तनाव का मान घट जाता है।

3. विलेयता का प्रभाव → पृष्ठ तनाव, द्रव में घोले गए पदार्थ तथा उसकी घुलनशिलता पर निर्भर करता है।

पृष्ठ उर्जा :- द्रव के पृष्ठ मे स्थित अणु अपनी स्थिति के कारण अपनी उर्जा के अतिरिक्त कुछ उर्जा ओर रखते हैं। अर्थात द्रव का मुक्त पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल की इस अतिरिक्त उर्जा को पृष्ठ उर्जा कहते हैं।

पृष्ठ तनाव एवं पृष्ठ उर्जा में संबंध :- माना एक मुड़े हुए तार पर एक झिल्ली बनी है। जिसकी दो परते हैं। यह झिल्ली पृष्ठ तनाव के कारण सिकुड़ने का प्रयास करती है।



प्रयोगो द्वारा ज्ञात होता है कि बल f का मान तार PQ के संपर्क मे झिल्ली

की लम्बाई । कें अनुक्रमानुपाति होता है तो

$$f \propto 2l$$

$$f = T \cdot 2l$$

जहाँ T एक नियतांक है जिसे द्रव का पृष्ठ तनाव कहते हैं। माना तार PQ को Δx दूरी खिसकाकर $P'Q'$ में लाया जाता है। अतः बल द्वारा क्षेत्रफल वृद्धि करने में किया गया कार्य

$$W = \text{बल} \times \text{लम्बवत दूरी}$$

$$W = f \times \Delta x$$

$$W = T \cdot 2l \times \Delta x$$

$$W = T \times \Delta A \quad (\text{चुंकि } A = 2l \Delta x)$$

अतः

$$T = \frac{W}{\Delta A}$$

यही कार्य स्थिति उर्जा के रूप में संचित हो जाता है अर्थात्

$$\Delta U = T \Delta A$$

नियत ताप पर द्रव पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल की स्थितिज उर्जा को ही द्रव की पृष्ठ उर्जा कहते हैं।

$$\text{पृष्ठ उर्जा} = \frac{\text{पृष्ठ क्षेत्रफल बढ़ाने में किया गया कार्य}}{\text{पृष्ठ क्षेत्रफल में वृद्धि}}$$

$$\text{पृष्ठ उर्जा} = \frac{T (2l \Delta x)}{(2x)}$$

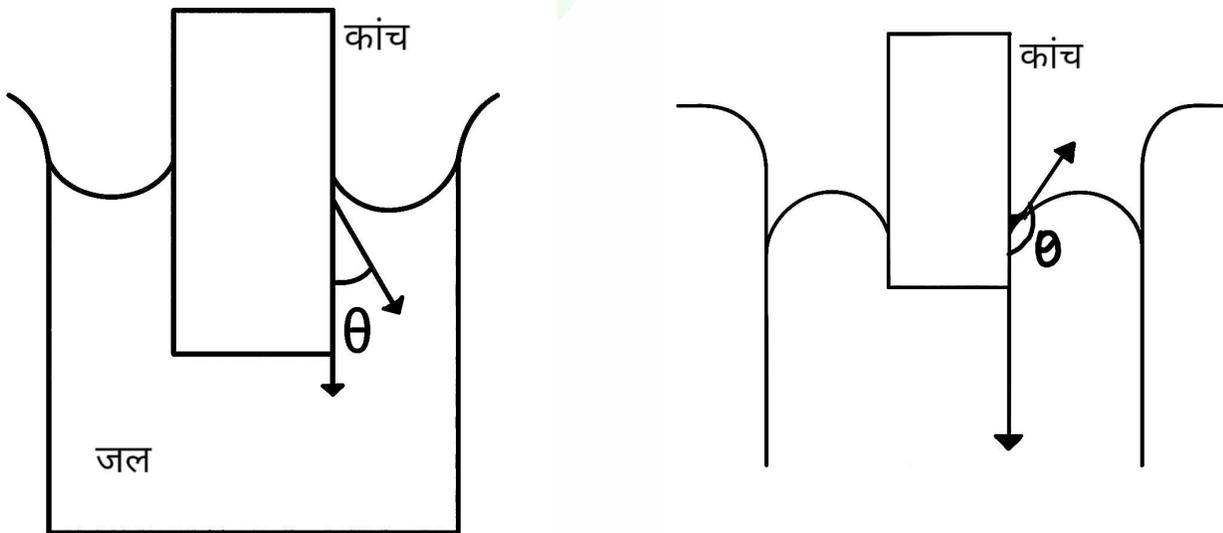
$$\text{पृष्ठ ऊर्जा} = T$$

$$\text{पृष्ठ ऊर्जा} = \text{पृष्ठ तनाव}$$

यह पृष्ठ ऊर्जा और पृष्ठ तनाव के बीच संबंध है।

स्पर्श (संपर्क) कोण :- द्रव व ठोस के स्पर्श बिन्दु से द्रव के तल पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा ठोस के तल पर द्रव के अंदर की ओर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच बने कोण को द्रव एवं ठोस के लिए स्पर्श कोण या संपर्क कोण कहते हैं। यह प्रस्तुत चित्र में द्रव, जल तथा ठोस, कांच है। चित्र से ही यह परिभाषा बन सकती है।

जो द्रव ठोस को भिगों देते हैं उनका स्पर्श कोण न्यूनतम तथा जो द्रव ठोस को नहीं भिगाते हैं उनका स्पर्श कोण अधिकतम होता है। अर्थात् जो द्रव ठोस को गीला कर देते हैं उनके लिए स्पर्श कोण का मान कम होता है।



यह जल व पारे में कांच की छड़ को डुबोया गया है। कांच की छड़ को जल

भिगो देता है। इसलिए जल तथा कांच की छड़ स्पर्श कोण 8° होता है एवं पारा कांच की छड़ को नहीं भिगोता है। इसलिए पारे तथा कांच का स्पर्श कोण 135° होता है। चित्र में स्पर्श को Q से दर्शाया गया है।

केशिकात्व :- केशनली में द्रव के उपर चढ़ने तथा नीचे उतरने की घटना को केशिकात्व कहते हैं। केशिकात्व का कारण पृष्ठ तनाव है।

दोनों तरफ से खुली केश के समान बारीक छिद्र वाली नली को केशनली कहते हैं।

केशिकात्व का कारण :- केशिकात्व का कारण पृष्ठ तनाव है। जब केशनली को जल में खड़ा किया जाता है तो केशनली के भीतर अवतल पृष्ठ के नीचे का दाब कम हो जाता है। अतः दाब की इस कमी को पूरा करने के लिए जल केशनली में उपर चढ़ने लगता है। और एक निश्चित ऊँचाई पर जाकर रुक जाता है। इस स्थिति में h ऊँचाई के जल स्तंभ दाब $2T/R$ के बराबर होता है अर्थात्

$$hpg = \frac{2T}{R}$$

यदि केशनली तथा जल के बीच स्पर्श कोण θ है तो

$$R = \frac{r}{\cos\theta}$$

$$\text{अतः } hpg = \frac{2T}{r/\cos\theta}$$

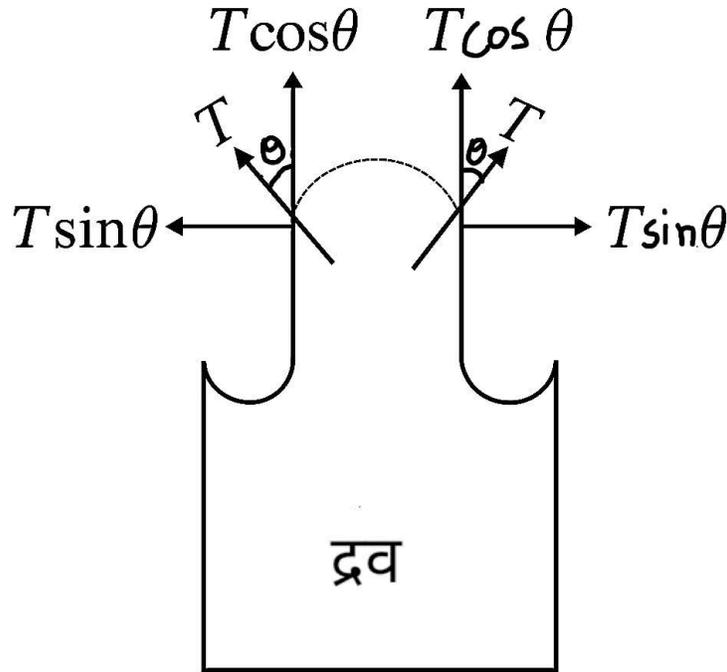
$$hpg = \frac{2T\cos\theta}{r}$$

$$h = \frac{2T \cos \theta}{r \rho g}$$

अतः इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि

- (i) r, ρ, g, θ का मान कम तथा T का मान अधिक होने पर h का मान अधिक होगा।
- (ii) यदि $\theta > 90^\circ$ है तो $\cos \theta$ के ऋणात्मक होने के कारण h ऋणात्मक हो जाएगा अर्थात् द्रव केशनली से नीचे उतर जाएगा।

केशनली में द्रव के उन्नयन का निगमन



माना कांच की r त्रिज्या की एक नली है जो द्रव में खड़ी है। जिसका पृष्ठ

तनाव T है। केशनली में द्रव h ऊँचाई तक चढ़ जाता है। द्रव तथा कांच के लिए स्पर्श कोण θ है।

पृष्ठ तनाव T को हम दो घटकों में वियोजित कर सकते हैं।
साम्यावस्था में

उपर की ओर लगने वाला बल

$f = h$ ऊँचाई के जल स्तंभ का भार

$$2\pi r \times T \cos\theta = \pi r^2 h \rho g$$

$$2T \cos\theta = r h \rho g$$

$$h = \frac{2T \cos\theta}{r \rho g}$$

या

$$T = \frac{r h \rho g}{2 \cos\theta}$$

ताप बढ़ाने पर पृष्ठ तनाव का मान घट जाता है तथा क्रांतिक ताप इसका मान शून्य होता है।