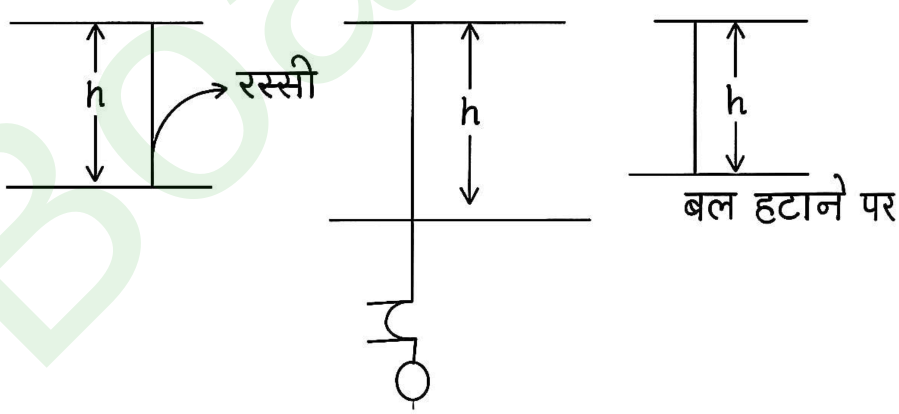
ठोसो के यांत्रिक गुण

ठोसो का प्रत्यास्थ व्यवहार

विरूपक बल :- किसी वस्तु पर लगाया गया बाह्य बल जिससे वस्तु का आकार, आकृति दोनों ही परिवर्तित हो जाते हैं इस बाह्य बल को विरूपक बल कहते हैं। जब यह बल वस्तु पर से हटा दिया जाता है तो वस्तु अपनी प्रारम्भिक अवस्था में आ जाती है।

प्रत्यास्थता :- किसी वस्तु का वह गुण जिसके कारण उस वस्तु पर लगाए गए विरूपक बल के द्वारा उत्पन्न आकार अथवा आकृति के परिवर्तन का विरोध करती है। और जैसे ही वस्तु से यह विरूपक बल हटा दिया जाता है, वस्तु अपनी प्रारंभिक अवस्था मे वापस लौट आती है। वस्तु के इस गुण को प्रत्यास्था कहते हैं।



प्रत्यास्थता के उदहारण

BoardStudy

1. जब हम रबड़ से बनी किसी डोरी को खीचते है तो उसकी आकार अथवा आकृति बदल जाती है। अर्थात उसकी लम्बाई बढ़ जाती है और मोटाई कम हो जाती है। पर जैसे ही उस वस्तु को छोड़ दिया जाता है वह अपनी पुरानी अवस्था में ही जाती है।

2. इसी प्रकार जब किसी स्प्रिंग को किसी बाह्य बल द्वारा खीचा जाता है तो उसकी लम्बाई मे वृद्धि हो जाती है पर जैसे ही वह बाह्य बल स्प्रिंग से हटा दिया जाता है तो स्प्रिंग अपनी प्रारंभिक अवस्था मे आ जाता है। इस गुण को ही प्रत्यास्थता कहते है।

प्रत्यास्थ वस्तुए :- वह वस्तुऐ जो बाह्य बल के हटने पर अपनी पुरानी अवस्था पुर्णतः प्राप्त कर लेती है। उन्हें प्रत्यास्थ वस्तुए कहते है।

प्लास्टिक वस्तुए :- वह वस्तुए जो विरूपक बल के हटा देने पर अपनी प्रारंभिक अवस्था में पूर्ण रूप से नही आ पाती है। उन्हे प्लास्टिक वस्तुए कहते है।

दृढ़ वस्तुए :- वह वस्तुए जो विरूपक बल के हटा देने पर इनकी आकार और आकृतियों में कोई परिवर्तन नही होता है, दृढ़ वस्तुए कहते है।
जैसे- मिट्टी, पत्थर, दीवार आदि।

प्रत्यास्थता की सीमा :- ऊपर पढ़ा है कि प्रत्यास्थ वस्तुओं पर जैसे ही विरूपक बल को हटा लिया जाता है। वह पूर्णतः अपनी पूर्व अवस्था को प्राप्त कर लेती है, लेकिन प्रत्यस्थता का गुण, विरूपक बल के एक

BoardStudy

निश्चित मान तक ही सीमित रहता है अगर उससे ज्यादा वस्तु पर विरूपक बल लगा दिया जाए तो वस्तु टुट भी सकती वह अपनी प्रारंभिक अवस्था में नहीं लौट आएगी।

अर्थात किसी वस्तु पर लगाए गए विरुपक बल की वह सीमा जिसके अंतर्गत वस्तु मे प्रत्यास्थता का गुण उपस्थित रहता है। उसे प्रत्यास्थता की सीमा कहते है।

सबसे अधिक प्रत्यास्थता वाला पदार्थ :- सबसे अधिक प्रत्यास्थता वाला पदार्थ स्टील होता है। रबर, स्टील से पीछे है प्रत्यास्थता के गुण में क्योकि रबर की अपेक्षा स्टील की प्रत्यास्थ की सीमा अधिक होती है इसलिए स्टील सर्वाधिक प्रत्यास्थ वाला पदार्थ है।

- **प्रतिबल तथा विकृति**

प्रतिबलः- जब किसी वस्तु पर बाह्य बल लगाया जाता है। तो वस्तु के आकार अथवा आकृति मे परिवर्तन हो जाता है। तथा वस्तुओं मे आंतरिक प्रत्यानयन बल उत्पन्न हो जाता है जो वस्तु को पूर्व अवस्था में लाने का प्रयास करता है यह सम्यवस्था होती है।

सम्यवस्था में किसी वस्तु के एकांक क्षेत्रफल पर कार्य करने वाले आंतरिक प्रत्यानयन बल का प्रतिबल कहते है।
माना साम्यावस्था में किसी वस्तु का क्षेत्रफल A तथा उस पर आरोपित बल f हो तो

$$\text{प्रतिबल} = \frac{\text{प्रत्यानयन बल}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

$$\text{प्रतिबल} = \frac{f}{A}$$

प्रतिबल का मात्रक न्यूटन/मीटर² होता है। एवं इसका विमिय सूत्र $ML^{-1}T^{-2}$ होता है। प्रतिबल का एक और मात्रक पास्कल होता है जिसे Pa से दर्शाया जाता है

प्रतिबल के प्रकार :- वस्तु पर लगने वाले बल के आधार पर प्रतिबल को दो भागो में बाटा गया है।

1. अभिलंब प्रतिबल
2. स्पर्श रेखीये या अपरूपण प्रतिबल

1. अभिलंब प्रतिबल :- जब किसी वस्तु पर लगाया गया विरूपक बल उस वस्तु की सतह के लम्बवत होता है तो उस वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल को अभिलंब प्रतिबल कहते है। वस्तु मे होने वाले परिवर्तन के आधार पर अभिलंब प्रतिबल दो प्रकार के होते है।

(a) तनन प्रतिबल
(b) संपीडन प्रतिबल

(a) तनन प्रतिबल :- यदि किसी वस्तु पर विरूपक बल लगाने से उसकी लम्बाई मे वृद्धी होती है। तो वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल को तनन प्रतिबल कहते है। यदि लंबाई की तथा A अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल की एक बेलनाकार छड़ है। जिसके दोनों सिरो पर बाहर की ओर बल

लगाने से उसकी लम्बाई में Δl की वृद्धि हो जाए तब बेलन मे उत्पन्न तनन प्रतिबल $\frac{F}{A}$ होगा।

(b) संपीडन प्रतिबल :- यदि किसी वस्तु पर विरूपक बल लगाने से उसकी लबाई मे कमी होती है तो वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल को संपीडन प्रतिबल कहते है।

2. स्पर्श रेखीय या अपरूपण प्रतिबल :- जब किसी वस्तु की सतह पर विरूपक बल स्पर्श रेखीय दिशा या समान्तर दिशा में लगाया जाता है। तो वस्तु की आकृति परिवर्तित हो जाती है। जबकि वस्तु का आयतन अपरिवर्तित रहता है इस स्थिति मे वस्तु के एकांक क्षेत्रफल या अपरुपण प्रतिबल कहते हैं।

यदि किसी वस्तु का पृष्ठ क्षेत्रफल A है। एवं इसकी सतह पर स्पर्श रेखीय बल f लगने से वस्तु की प्रत्येक उध्र्वाधर सतह θ कोणिय विस्थापित हो तब वस्तु पर कार्यरत स्पर्श रेखीय बल $\frac{f}{A}$ होगा।

प्रतिबल एवं दाब मे अंतर :- किसी वस्तु के अनुप्रस्थ काट के एकांक क्षेत्रफल पर कार्य करने वाले आंतरिक बल को प्रतिबल कहते है। जबकि किसी पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर कार्य करने वाले अभिलंबवत बल को दाब कहते है।

विकृति :- जब किसी वस्तु पर बाह्य बल आरोपित किया जाता है तो वस्तु के आकार आकृति में परिवर्तन हो जाता है। एवं वस्तु विकृति

अवस्था में आ जाती है। वस्तु के आकार अथवा रूप में होने वालें भिन्नात्मक परिवर्तन को विकृति कहते हैं

उदाहरण :- जैसे किसी तार पर भार लटकाने पर उस तार की लंबाई बढ़ जाती है तब तार की लम्बाई मे होने वाली वृद्धि तथा प्रारंभिक लम्बाई के अनुपात को तार की विकृति कहते हैं।
अर्थात

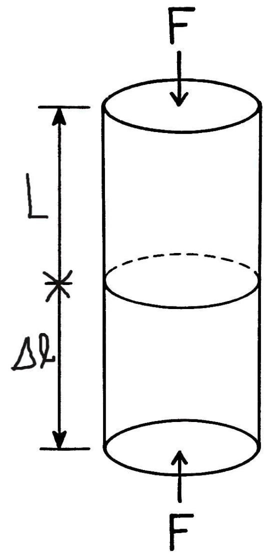
$$\text{विकृति} = \frac{\text{लंबाई मे वृद्धि}}{\text{प्रारंभिक लंबाई}}$$

विकृति का कोई मात्रक नही होता है वह मात्रक हीन राशि है। एवं इसकी कोई विमा भी नही होती है यह विमाहिन राशि है।

विकृति के प्रकार :- वस्तु पर लगाए गए विरूपक बल के आधार पर विकृति तीन प्रकार की होती हैं।

1. अनुदैर्ध्य विकृति
2. आपरूपण विकृति
3. आयतन विकृति

1. अनुदैर्ध्य विकृति :- जब किसी वस्तु पर बाह्य बल लगाकर खीचा जाता है तो उसकी लंबाई मे वृद्धि हो जाती है। तब वस्तु की एकांक लम्बाई मे होने वाले परिवर्तन को अनुदैर्ध्य विकृति कहते हैं।



यदि किसी वस्तु की लंबाई L हो तथा उस पर बाह्य बल लगाकर लम्बाई में वृद्धि Δl कर दी जाए तो

$$\text{अनुदैर्ध्य विकृति} = \frac{\Delta l}{L}$$

2. अपरूपण विकृति :- जब किसी वस्तु पर विरुपक बल स्पर्श रेखीय दिशा मे लगाया जाता हैं। तो वस्तु की आकृति मे परिवर्तन हो जाता हैं। जबकि वस्तु का आयतन अपरिवर्तित रहता हैं। इस स्थिति मे वस्तु मे उत्पन्न विकृति को अपरूपण विकृति कहते हैं। किन्ही दो फलको की दूरी में वृद्धि (Δx) तथा उन फलकों के बीच प्रारंभिक लम्बाई L के अनुपात को अपरूपण विकृति कहते हैं।

$$\text{अपरूपण विकृति} = \frac{\Delta X}{L}$$

3. आयतन विकृति :- जब किसी वस्तु पर विरुपक बल लगाया जाता है तो वस्तु के आयतन में होने वाली वृद्धि तथा प्रारंभिक आयतन के अनुपात को आयतन विकृति कहते हैं। यदि किसी वस्तु पर बाह्य बल लगाने से उसके आयतन में हुई वृद्धि Δv हो एवं वस्तु का प्रारंभिक

आयतन v हो तो परिभाषा सें

$$\text{आयतन विकृति} = \frac{\text{आयतन परिवर्तन}}{\text{प्रारंभिक आयतन}}$$

$$\boxed{\text{आयतन विकृति} = \frac{\Delta V}{V}}$$

उपरोक्त सूत्र से स्पष्ट होता है कि विकृति एक मात्रकहिन एवं विमाहिन राशि है।

हुक का नियम :- प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर किसी वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल सदैव विकृति के अनुक्रमानुपाती होता है। यही हुक का नियम है। अर्थात

$$\text{प्रतिबल} \propto \text{विकृति}$$

$$\text{प्रतिबल} = E\text{x विकृति}$$

जहां E एक अनुक्रमानुपाति नियतांक है जिसे प्रत्यास्थता गुणांक कहते है। अर्थात

$$\boxed{E = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}}$$

अतः

किसी वस्तु पर आरोपित प्रतिबल एवं उसमें उत्पन्न विकृति के अनुपात को प्रत्यास्थता गुणांक कहते है।

प्रत्यास्थता गुणांक का मान वस्तु के प्रतिबल एवं विकृति पर निर्भर

BoardStudy

करता है। प्रत्यास्थता गुणांक का मान जितना अधिक होगा वस्तु उतनी ही अधिक प्रत्यास्थ होगी।

प्रत्यास्थता गुणांक :- प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर प्रतिबल एवं विकृति के अनुपात को प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। इसे E से प्रदर्शित करते हैं।

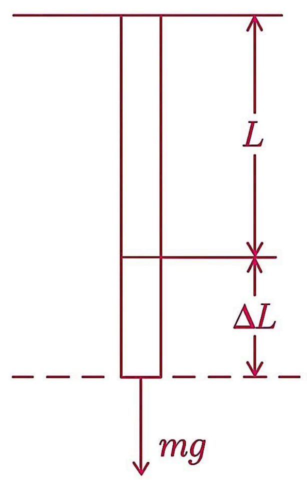
$$\text{प्रत्यास्थता गुणांक} = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

प्रत्यास्थता गुणांक एक अनुक्रमानुपाती नियकांत है। जो प्रतिबल और विकृति पर निर्भर करता है।

प्रत्यास्थता गुणांक के प्रकार :- चुंकि प्रत्यास्थता गुणांक का मान प्रतिबल एवं विकृति के मानों पर निर्भर करता है। अतः इसी आधार पर प्रत्यास्थता गुणांक को तीन भागो मे बाटा गया है।

1. यंग प्रत्यास्थता गुणांक
2. आयतन प्रत्यास्थता गुणांक
3. दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक

1. यंग प्रत्यास्थता गुणांक :- माना L लंबाई तथा r त्रिज्या का एक तार है। जो किसी आधार से लटका है जब तार के निचले सिरे से भार mg लटकाया जाता है। उसकी लंबाई में वृद्धि Δl हो जाती है।



अनुदैर्ध्य प्रतिबल = $\frac{mg}{\pi r^2}$

तथा अनुदैर्ध्य विकृति = $\frac{\Delta l}{L}$

तब यंग प्रत्यास्थता गुणांक $y = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$

$$y = \frac{\frac{mg}{\pi r^2}}{\frac{\Delta l}{L}}$$

$$\boxed{y = \frac{mgl}{\pi r^2 \Delta l}}$$

यंग प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्युटन/मीटर² एवं विमीय सूत्र $[ML^{-1}T^{-2}]$ होता है।

2. आयतन प्रत्यास्थता गुणांक :- प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर

अभिलंब प्रतिबल तथा आयतन विकृति के अनुपात को आयतन प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। इसे B से प्रदर्शित करते हैं।

माना किसी वस्तु का आयतन V है जब उस वस्तु पर दाब p लगाया जाता है तो उसके आयतन मे ΔV का परिवर्तन हो जाता है। तो

अभिलंब प्रतिबल = p

आयतन विकृति = $\frac{\Delta V}{V}$

अतः आयतन प्रत्यास्थता गुणांक B = $\frac{\text{अभिलंब प्रतिबल}}{\text{आयतन विकृति}}$

$$B = \frac{P}{\Delta V/V}$$

$$\boxed{B = \frac{PV}{\Delta V}}$$

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्यूटन/मीटर^2 एवं विमीय सूत्र $ML^{-1}T^{-2}$ होता है।

3. दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक :- प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर स्पर्श रेखीय प्रतिबल तथा अपरूपण विकृति के अनुपात को दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। इसे n से प्रदर्शित करते हैं।

माना A क्षेत्रफल की एक धनाकर ठोस है जब इस पर f स्पर्श रेखीय बल लगाया जाता है तो इस दशा मे θ अपरूपण विकृति उत्पन्न हो जाती है। तब

अपरूपण प्रतिबल = $\frac{f}{A}$

अपरूपण विकृति = θ

अतः दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक $n = \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण विकृति}}$

$$n = \frac{\frac{f}{A}}{\theta}$$

$$\boxed{n = \frac{f}{A\theta}}$$

दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्युटन/मीटर^2 एवं विमीय सूत्र $ML^{-1}T^{-2}$ होता है।

प्रत्यास्थ स्थितिज उर्जा :- जब हम किसी तार को खीचते है तो हमे तार के अंतराण्विक बलो के विरुद्ध कुछ कार्य करना पड़ता है। यह किया गया कार्य तार के अन्तगर्त प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के रूप मे इकट्ठा हो जाता है।

माना तार की लंबाई L तथा अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A है, जब हम इस तार पर f बल लगाते हैं तो तार की लम्बाई में वृद्धि हो जाती है। तब

$$\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल} = \frac{f}{A}$$

$$\text{अनुदैर्ध्य विकृति} = \frac{l}{L}$$

तो तार को यंग प्रत्यास्थता गुणांक

BoardStudy

$$y = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

$$y = \frac{\frac{f}{A}}{\frac{l}{L}}$$

$$y = \frac{FL}{Al}$$

तथा $f = \frac{yAl}{L}$ ---- समी (I)

अब तार को सूक्ष्म लंबाई dl तक खीचा जाता है। तो किया गया कार्य

$$dW = \text{बल} \times \text{विस्थापन}$$

समी (I) से बल का मान रखने पर

$$dW = \frac{yAl}{L} \times dl$$

अतः Δl लंबाई तक खीचने में किया गया

$$W = \int dw$$

$$W = \int \frac{Y\,A\Delta L}{L} \times dl$$

$$W = \frac{yA}{L} \int l\,dl$$

समाकलन सुत्र $x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ से

BoardStudy

$$W = \frac{YA}{L}\left[\frac{L^2}{2}\right]$$

$$W = \frac{1}{2} \times \frac{A}{L} \times L^2 \times \frac{L}{L}$$ (L से गुणा-भाग)

$$W = \frac{1}{2} \times y \times A \times L^2 \times \frac{l}{L} \times (AL) \times \frac{l}{L}$$

$$W = \frac{1}{2} y \times L^2 \times \left(\frac{L}{L}\right)^2 \times (Al)$$

अतः $W = \frac{1}{2}$ × यंग गुणांक × (विक्रिति)^2 × तार का आयतन

या $W = \frac{1}{2}$ × प्रतिबल/विकृति × (विकृति)^2 × आयतन

$W = \frac{1}{2}$ × प्रतिबल × विकृति × आयतन

यही कार्य तार में प्रत्यास्थ स्थितिज उर्जा के रूप संसंचित हों जाती हैं। तो

$U = \frac{1}{2}$ प्रतिबल × विकृति × आयतन

अतः तार के प्रति एकांक आयतन में संचित उर्जा

$U = \frac{1}{2}$ प्रतिबल × विकृती

BoardStudy