गुरुत्वाकर्षण

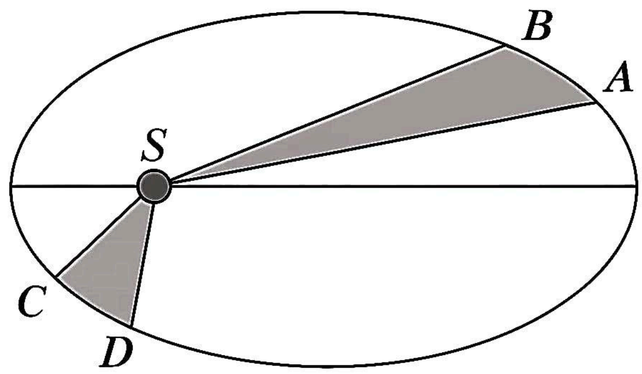
केप्लर के नियम :- केप्लर ने सौर परिवार में सूर्य के चारों ओर परिक्रमा करने वाली ग्रहों की गति संबधं निम्नलिखित तीन नियम दिए जो निम्न प्रकार से है :-

1. कक्षाओं का नियम
2. क्षेत्रिय चाल का नियम
3. परिक्रमा काल कि नियम

1. प्रथम नियम (कक्षाओं का नियम) :- प्रत्येक ग्रह सूर्य के परितः दीर्घ व्रताकार पथ पर गति करते हैं। तथा सूर्य उस दीर्घ व्रत के किसी एक फोकस पर होता है। विभिन्न ग्रहों की कक्षाए भिन्न भिन्न होती है। यह केप्लर का प्रथम नियम है, इसे कक्षाओं का नियम भी कहते है।

2. द्वितिय नियम (क्षेत्रिय चाल का नियम) :- किसी ग्रह को सूर्य से मिलाने वाली रेखा बराबर समय अंतरालों मे बराबर क्षेत्रफल पार करती है। अर्थात प्रत्येक ग्रह की क्षेत्रीय चाल नियत रहती है। इस केप्लर का द्वितिय नियम कहते है। एवं इसे क्षेत्रिय चाल का नियम भी कहते है। अतः चित्र द्वारा सप्ष्ट होता है कि जब ग्रह, सूर्य के नजदिक होती है और जब ग्रह, सूर्य से दुर चला जाता है तो ग्रह की चाल न्युनतम होती है। प्रस्तुत चित्र मे ग्रह की कक्षा को ही दर्शाया गया है।

BoardStudy



यदि कोई ग्रह सूर्य की परिक्रमा करते हुए एक निश्चित समयांतराल में कक्षा के बिन्दु तक जाता है एवं उतनी ही समयांतराल में बिन्दु C से D बिन्दु तक जाता है तब इस नियम के अनुसार

$$\Delta ASB \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta CSD \text{ का क्षेत्रफल}$$

3. तृतिय नियम (परिक्रमण काल का नियम) :- सूर्य के परितः किसी भी ग्रह का परिक्रमण काल का वर्ग उस ग्रह की दीर्घवृताकार कक्षा के अर्ध दीर्घ अक्ष की तृतिय घात के अनुक्रमानुपाति होता है। इसे केप्लर का तृतिय नियम कहते हैं। तथा इसे परिक्रमण काल का नियम भी कहते हैं।

माना किसी ग्रह का सूर्य के चारों ओर परिक्रमण काल T है तथा इसकी दीर्घ वृताकार कक्षा का अर्द्ध दीर्घ अक्ष a है तो इस नियम के अनुसार

$$\boxed{T^2 \,\alpha\, a^3}$$

केप्लर के नियम से न्युटन के निष्कर्ष :- केप्लर के दूसरे नियम के अनुसार किसी ग्रह का क्षेत्रफलिय वेग नियत रहता है। तब दीर्घ वृताकार कक्षा मे ग्रह का वेग नियत होगा। अतः ग्रह का केन्द्र (सूर्य) की ओर एक अभिकेन्द्र बल F लगता है।

$$\boxed{\text{अभिकेन्द्र बल } F = \frac{MV^2}{r}}$$

यहाँ M द्रव्यमान, V ग्रह का रेखीये वेग है तथा r वृताकार कक्षा की त्रिज्या है।

यदि T ग्रह का आवर्तकाल हो तब

$$v = \frac{2\pi r}{\Gamma}$$

चुंकि $V = r\omega \rightarrow 2r(r) = \frac{2\pi r}{T}$

V का मान रखने पर अभिकेन्द्र बल

$$F = \frac{M}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

$$F = \frac{M \times 4\pi^2 r}{kr^3}$$ (चूँकि $T \propto a^3 \rightarrow Ka^3$ से)

BoardStudy

$$F = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)\left(\frac{m}{r^2}\right)$$

अतः $F \propto \frac{(m)}{(r^2)}$

इस प्रकार केप्लर के नियम से न्युटन ने तीन निष्कर्ष निकाले

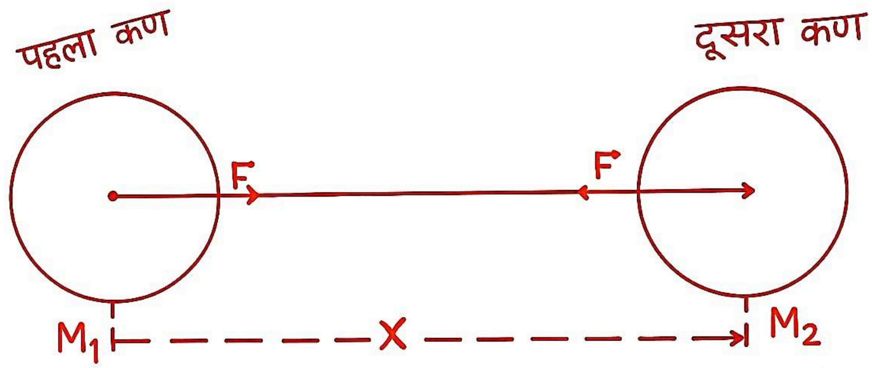
1. ग्रह पर एक बल कार्य करता है, जिसकी दिशा सूर्य की ओर होती है।

2. यह बल ग्रह तथा सूर्य के बीच की औसत दूरी के वर्ग के व्यात्क्रमानुपाती होता है। ($F \propto \frac{1}{r^2}$)

3. यह बल ग्रह के द्रव्यमान के अनुक्रमानुपाती होता है। ($F \propto m$)

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का नियम :- न्यूटन ने केप्लर के ग्रहों की गति संबंधी नियम से प्राप्त निष्कर्ष की व्याख्या करते हुए बताया की ब्राह्मांड का प्रत्येक पिंड किसी दूसरी पिंड को अपनी ओर आकर्षित करता है। इस आकर्षण के गुण को गुरुत्वाकर्षण कहते है।

न्यूटन ने गुरुत्वाकर्षण संबधी एक नियम प्रस्तुत किया जिसे न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का नियम कहते है। इस नियम के अनुसार, किन्हीं दो पिन्डो के बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल दोनों कणो के द्रव्यमानो के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती होता है। एवं उनके कणों के बीच की दुरी के वर्ग के व्यत्क्रमानुपाती होता है।



माना दो कण जिनकें द्रव्यमान M_1 व M_2 हैं। एक दूसरें से r दूरी पर हैं। यदि इनके बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल P हैं। तो इस नियमानुसार

$$F \propto M_1 M_2$$

तथा $F \propto \frac{1}{r^2}$

अतः $F \propto \frac{M_1 M_2}{r^2}$

या

$$F = G\frac{M_1 M_2}{r^2}$$

जहां एक G अनुक्रमानुपाती नियतांक है जिसें सर्वात्रिक गुरुत्वाकर्षण निमतांक कहते हैं।

गुरुत्वाकर्षण बल की दिशा दोनों कणों को मिलानें वाली रेखा को अनुदीश होती हैं।

BoardStudy

सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक :- यदि गुरुत्वाकर्षण की प्रक्रिया मे भाग लेने वाले दोनों कणों के द्रव्यमान समान तथा एकांक हों एवं उनके बीच की दूरी भी एकांक हो तो

$M_1 = M_2 = 1$ एवं $r = 1$

तथा $F = G\frac{M_1 M_2}{r^2}$

$$\boxed{F = G}$$

अतः एकांक दूरी पर रखें दो एकांक द्रव्यमानों के कणो के बीच गुरुत्वाकर्षण बल उसके सर्वात्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक के बराबर होता है।

गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का मात्रक

सूत्र $F = G\frac{M_1 M_2}{r^2}$ से

$$\boxed{G = F\frac{r^2}{M_1 M_2}}$$

यदि दूरी मीटर में, द्रव्यमान किग्रा मे, तथा बल न्युटन में हो तो, सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक का एस आई मात्रक न्युटन-(मिटर)^2 (किग्रा)^2 होता है।

गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का विमीय सूत्र

BoardStudy

$$G = \frac{\text{न्यूटन} - \text{मीटर}^2}{\text{किग्रा}^2}$$ से

$$G = \frac{[MLT^{-2}]\,[L^2]}{[M^2]}$$ से

$$G = [M^{-1} L^3 T^{-2}]$$

अतः गुरुत्वाकर्षण नियतांक का विमीय सूत्र $[M^{-1} L^3 T^{-2}]$ होता है।

गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का मान :- G का मान कणों की प्रकृति, द्रव्यमान, माध्यम तथा ताप एवं समय आदि पर निर्भर नहीं करता है। इसी कारण से, इसे सार्वत्रिक नियतांक G कहते है। प्रयोग द्वारा गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का मान 6.67×10^{-11} न्यूटन - $(\text{मीटर})^2/(\text{किग्रा})^2$ प्राप्त किया गया है। यह एक आदिश राशि है।

G का मान से इसका अर्थ निकलता है कि 1 मीटर की दूरी पर रखें दो 1-1 किलोग्राम द्रव्यमान के पिंड के बीच 6.67×10^{-11} न्युटन का आकर्षण बल लगता है।

गुरुत्वा :- पृथ्वी द्वारा किसी वस्तु का अपने केन्द्र की ओर आकर्षित करने को उसका गुरुत्वा भी कहते है। वास्तव मे गुरुत्व, गुरुत्वाकर्षण का ही एक विशिष्ट उदाहरण है।

गुरुत्वीय त्वरण :- पृथ्वी की ओर मुक्त रूप से गिरती किसी वस्तु के वेग में प्रति सेकेण्ड में होने वाली व्रद्धि को पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण कहते है। इसे g सें प्रदर्शित करते है।

BoardStudy

गुरुत्वीय त्वरण का मान, वस्तु के आकार द्रव्यमान पर निर्भर नही करता है। यह केवल वस्तु के स्थान पर निर्भर करता है। यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान M हो तो उस पर आरोपित गुरुत्वीय बल

$$F = Mg$$

जहां g गुरुत्वीय त्वरण है तो

$$g = \frac{F}{m}$$

अतः गुरुत्वीय त्वरण का मात्रक मीटर/सेकण्ड^2 अथवा न्यूटन/किग्रा होता है। एवं विमीय सूत्र $[LT^{-2}]$ है। गुरुत्वीय त्वरण एक सदिश राशि है।

पृथ्वी तल से ऊपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है।

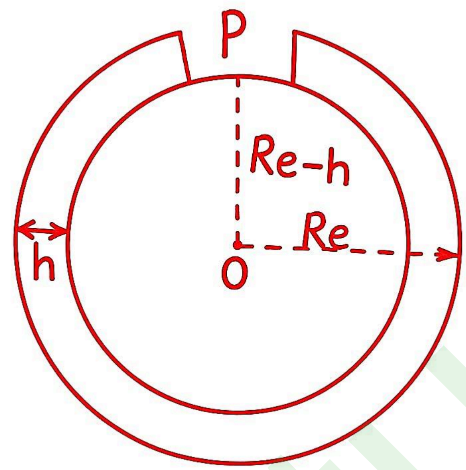
$$g' = \frac{g}{(1+\frac{h}{R_e})^2}$$

अर्थात $g' < g$

अतः समीकरण द्वारा सप्ष्ट होता है कि पृथ्वी तल से उपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान घटता है।

पृथ्वी तल से नीचे जाने पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है तो पृथ्वी सतह पर गुरुत्वीय त्वरण



पृथ्वी

BoardStudy

यदि हम पृथ्वी में सुरंग बनाकार h गहराई नीचे चले जाते है तो यह पृथ्वी $(R_e - h)$ त्रिज्या की रह जाएगी एवं पृथ्वी का द्रव्यमान M_e हो जाता है। यदि h गहराई पर गुरुत्वीय त्वरण g है तो पृथ्वी तल पर गुरुत्वीय त्वरण

$$g = G\frac{M_e}{R_e^2} \quad \text{..................समी० (1)}$$

यदि पृथ्वी तल से h ऊँचाई पर गुरुत्वीय त्वरण g है जैसा चित्र में दिखाया गया है तो

$$g' = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2} \quad \text{समी (2)}$$

समी (2) को समी (1) से भाग देने पर

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_e^2}{R_e^2(1+h/R_e)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{1}{(1+h/R_e)^2}$$

$$g' = G\frac{M_e}{(R_e+h)} \text{ समी० (2)}$$

सभी (2) को समी (1) से भाग देने पर

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM_e}{(R_e-h)^2} \times \frac{Re^2}{GM_e}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{M_e R_e^2}{M_e(R_e-h)^2}$$

यदि पृथ्वी का घनत्व P है तो

$$M_e = \frac{4}{3}\pi R_e^3 P$$

चूँकि पृथ्वी गोल है इसलिए यह गोले का घनत्व है जहाँ R_e त्रिज्या है।

तथा $Me = \frac{4}{3}\pi (R_e-h)^3 p$

अतः M_e तथा M_e' का मान रखने पर

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{\Delta}{3}\pi(R_e - h)^2 PR^2}{\frac{\Delta}{3}\pi R^3_e P(R_e - h)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_e - h}{R_e}$$

$$\frac{g'}{g} = (1 - \frac{h}{R_e})$$

$$\frac{g'}{g} = g\left(1 - \frac{h}{R_e}\right)$$

अर्थात $g' < g$

अतः इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि पृथ्वी तल सें नीचे जाने पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान घटता है।

गुरुत्वीय त्वरण के मान में परिवर्तन

1. गुरुत्वीय त्वरण g का मान पृथ्वी के ध्रुवो पर अधिकतम होता है
2. गुरुत्वीय त्वरण g का मान भूमध्य रेखा पर शून्यतम होता है।
3. पृथ्वी के केन्द्र पर गुरुत्वीय त्वरण का मान शून्य होता है।
4. पृथ्वी सतह से नीचे तथा ऊपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण का मान घटता है।

G तथा g मे सम्बंध :- माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e हैं जैसे चित्र से स्पष्ट है।

BoardStudy

माना पृथ्वी की सतह पर M द्रव्यमान की कोई वस्तु है। यदि पृथ्वी का द्रव्यमान उसके केन्द्र पर केन्द्रित है तो इस स्थिति में पृथ्वी द्वारा वस्तु पर लगाया गया आकर्षण बल

$$F = G \frac{M_e m}{R_e^2} \quad \text{समी (1)}$$

यदि पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण g हो तो m द्रव्यमान की वस्तु पर लगने वाला गुरुत्व बल

$$F = mg \quad \text{समी (2)}$$

समी (1) व समी (2) से

$$F = F$$

$$mg = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

$$g = G \frac{Me}{R_e^2}$$

यदि g तथा G मे सम्बध है इस सूत्र मे M प्राप्त नही होता है इस प्रकार स्पष्ट होता है कि गुरुत्वीय त्वरण का मान वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नही करता है।

गुरुत्वीय विभव :- एकांक द्रव्यमान को अनंत से गुरुत्वीय क्षेत्र के अन्तर्गत किसी बिन्दु 0 तक लाने में किए गए कार्य को उस बिन्दु पर गुरुत्वीय विभव कहते है। यदि m द्रव्यमान की किसी वस्तु को गुरुत्वीय

BoardStudy

क्षेत्र के किसी बिन्दु तक लाने मे किया गया कार्य W हो तो गुरुत्वीय विभव

$$V = -\frac{W}{m}$$

चूंकि यह कार्य हमे स्वयं ही प्राप्त हो रहा है इसलिए यह ऋणात्मक होता है। अतः गुरुत्वीय विभव सदैव ऋणात्मक ही होता है क्योकि यह हमे करना नही पड़ता, स्वयं ही प्राप्त हो जाता है। गुरुत्वीय विभव का मात्रक जुल/किग्रा होता है एवं विमीय सूत्र $[L^2 T^{-2}]$ है गुरुत्वीय विभव एक आदिश राशि है।

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा :- किसी पिंड को अनंत से गुरुत्वीय क्षेत्र के अंतर्गत किसी बिन्दु 0 तक लाने मे किए गए कार्य को उस बिन्दु पर उस वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते है। इसे U से प्रदर्शित करते है।

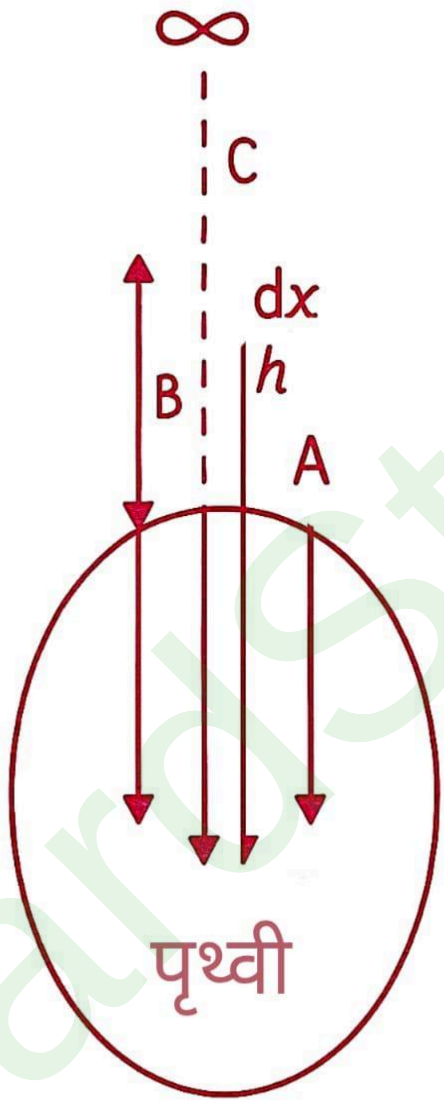
इसका मात्रक जुल होता है तथा विमीय सूत्र $[ML^2 T^{-2}]$ है। यह एक अदिश राशि है।

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा सदैव ऋणात्मक(-) ही होती है क्योंकि इसमें पिंड को अनंत से गुरुत्वीय क्षेत्र तक लाने मे कार्य नही करना पड़ता है बल्कि स्वयं ही प्राप्त हो जाता है। इस कारण इसका मान सदैव ऋणात्मक ही होता है।

पृथ्वी पर किसी पिंड की गुरुत्वीय स्थिति उर्जा :- माना पृथ्वी के केन्द्र से x दूरी पर m द्रव्यमान का एक पिंड बिन्दु C पर स्थित है जिसकी 0 से दूरी x है। यदि पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है

तो पिंड पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल

$$F = G\frac{M_e m}{R_e^2}$$



अब यदि पिंड को बिन्दु C से बिन्दु B तक dx विस्थापित करने में पिंड पर किया गया कार्य W हो तो

$$W = f.dx$$

$$W = \frac{M_e m}{x^2} dx$$

इसी प्रकार पिंड को अनंत से पृथ्वी सतह A तक लाने मे किया गया कार्य

$$W = \int_{x} \frac{GM_e m}{x^2} dx$$

$$W = GM_e m \left[\frac{x-1}{-1}\right]_{R_e}^{\infty}$$

$$W = GM_e m \left[-\frac{1}{x}\right]_{R_e}^{\infty}$$

$$W = GM_e m \left[-\frac{1}{x}\right] + \frac{1}{R_e}$$

$$W = GM_e m\, 1/R_e$$

$$\boxed{W = \frac{GM_e m}{R_e}}$$

गुरुत्वीय बल द्वारा पिंड को अनंत से पृथ्वी तल तक लाने मे में किया गया कार्य ही पिंड स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाती है। जिसे गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते है।
अतः पृथ्वी की सतह पर m द्रव्यमान के पिंड की गुरुत्वीय स्थितिज उर्जा इस कार्य के ऋणात्मक मान के बराबर होगी तब

$$U = -W$$

BoardStudy

$$U = -G\frac{M_e m}{R_e}$$

पलायन चाल :- जब हम पृथ्वी तल से किसी पिंड को ऊपर की ओर फेंकते है तो वह पिंड कुछ ऊचाई पर जाने के पश्चात नीचे लौट आता है। अर्थात वह न्यूटन वेग जिससे किसी पिंड का पृथ्वी तल से ऊपर की ओर फेंकने पर वह पिंड पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र से बाहर निकल जाए और वापस पृथ्वी पर न आ सके। तो पिंड के इस वेग को पलायन वेग कहते है। इसे V_e से प्रदर्शित करते है। इसे पलायन चाल भी कहते है।

पलामन उर्जा :- पलायन वेग वह न्यूटन वेग होता है जिससे किसी पिंड को पृथ्वी तल से फेंकने पर वह पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र से बाहर निकल जाता है और पृथ्वी पर कभी वापस नही आता है। पलायन वेग से फेकने के लिए पिंड को दी गयी गतिज उर्जा को पलायन उर्जा कहते है।

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा उर्जा त्रिज्या R_e है एवं पृथ्वी सें फेके गए पिंड का द्रव्यमान m है तो पलायन उर्जा का सूत्र निम्न होगा।

$$\text{पलायन उर्जा} \quad U = \frac{G M_e m}{Re}$$

पलायन वेग का सूत्र (व्यंजक) :- माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है तो पृथ्वी तल पर स्थित m द्रव्यमान के पिंड की स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{GM_e m}{R_e}$$

अर्थात पिंड को पृथ्वी तल से अनंत पर भेजने के लिए $\frac{GM_e m}{R_e}$ कार्य करना होगा। यदि पिंड कों $\frac{GM_e m}{R_e}$ गतिज ऊर्जा दे दी जाए तो वह पिंड अनंत पर चला जाएगा। अर्थात पिंड सदैव के लिए पलायन कर जाएगा। यही पिंड की पलायन उर्जा होगी

अतः

$$\text{पलायन ऊर्जा} = \frac{GM_e m}{R_e}$$

यह पलायन उर्जा पिंड की गतिज ऊर्जा के बराबर होगी तो

$$\frac{GM_e M}{R_e} = \frac{1}{2} mve^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$$

अब $GMe = gRe^2$ रखने पर

BoardStudy

$$V_e = \sqrt{\frac{2gR_e^2}{Re}}$$

$$V_e = \sqrt{2gR_e}$$

$$\boxed{V_e = \sqrt{2gR_e}}$$

यही पलायन वेग का सूत्र है। पलायन वेग पिंड को द्रव्यमान पर निर्भर नही करता है यह ग्रह की त्रिज्या तथा गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भर करता है।

पलायन वेग का मान

सूत्र $V_e = \sqrt{2gR_e}$ सें

पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण g = 9.8 मीटर / संकण्ड^2 तथा त्रिज्या Re = 6.4 × 10^6 मीटर

तो पलायन वेग $V_e = \sqrt{2 \times 9.8. \times 6.4 \times 10^6}$ मीटर / सेकण्ड

V_e = 11.2 किमी/सेकण्ड

पलायन वेग का मान 11.2 किलोमीटर / सेकण्ड होता है।

पलायन वेग तथा कक्षीय वेग में सम्बन्ध :- पृथ्वी के निकट किसी उपग्रह का कक्षीय वेग

$V_o = \sqrt{gR_e}$ समी० (1)

BoardStudy

पृथ्वी तल से फेकी गई किसी वस्तु का पलायन वेग

$$V_e = \sqrt{2gR_e} \text{ समी० (2)}$$

समी (2) से समी (1) को भाग देने पर

$$\frac{V_o}{V_e} = \frac{\sqrt{gR_e}}{\sqrt{2gR_e}}$$

$$\frac{V_o}{V_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{gR_e}}{\sqrt{GR_e}}$$

$$\boxed{V_e = \sqrt{2V_o}}$$

यही कक्षीय वेग और वेग पलायन वेग मे संबंध है। अतः पृथ्वी के निकट परिक्रमा कर रहे उपग्रह की कक्षीय चाल में अगर $\sqrt{2}$ की बढ़ोतरी हो जाए तो वह उपग्रह अपनी कक्षा छोड़कर पलायन कर जाएगा और कभी वापस लौटकर पृथ्वी पर नही आएगा।

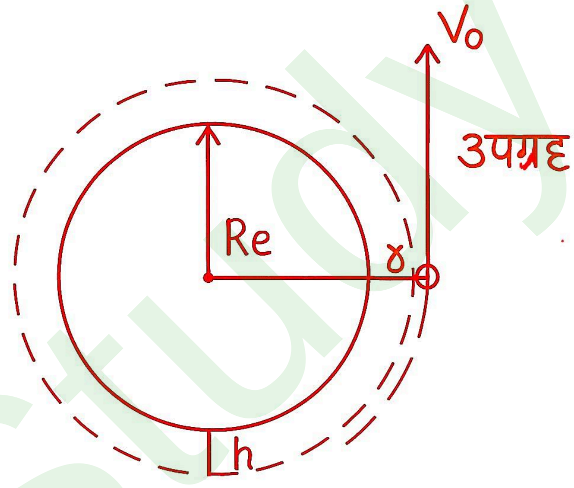
उपग्रह का कक्षा वेग / चाल :- माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है पृथ्वी सतह से h उचाई पर एक उपग्रह है जिसका द्रव्यमान m है। यह उपग्रह पृथ्वी के चारो ओर वृतीय कक्षा मे परिक्रमण कर रहा है तो पृथ्वी द्वारा उपग्रह पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल

BoardStudy

$$f = G\frac{M_e m}{r^2}$$ समी० (1)

चूंकि उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर एक वृतिय पथ पर गति कर रहा है तो उस पर लगने वाला अभिकेन्द्र बल

$$F = \frac{mV_o}{r}$$ समी० (2)



r

समी० (1) व समी० (2) से

$$\frac{mv}{r} = G\frac{M_e m}{r^2}$$

$$V_o^2 = G\frac{M_e}{r}$$

$$V_o = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

लेकिन $r = R_e + h$ है तो

$$V_o = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e + h}}$$

यदि पृथ्वी सतह पर गुरुत्वीय त्वरण g है तब

$$g = \frac{GM_e}{R^2_e}$$

$$GM_e = gR^2_e$$

अब GM_e का मान उपरोक्त समीकरण में रखने पर

BoardStudy

$$V_o = \sqrt{\frac{gR_e^2}{R_e+h}}$$

$$V_o = \sqrt{R_e^2 \frac{g}{R_e+h}}$$

यदि कोई उपग्रह पृथ्वी तल से इतने समीप है कि Re की तुलना में h को शून्य मान सकते हैं। तो

$$V_o = \sqrt{\frac{gR_e^2}{R_e}}$$

$$\boxed{V_o = \sqrt{gR_e}}$$

यही कक्षीय वेग/चाल का सूत्र है कक्षीय वेग का मान उपग्रह के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। यह उपग्रह की ऊँचाई पर निर्भर करता है। उपग्रह की उचाई बढाने पर कक्षीय वेग का मान घटता है कक्षीय वेग को V_o से प्रदर्शित करते है।

कक्षीय वेग का मान

सूत्र $V_o = \sqrt{gR_e}$ से

पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण $g = 9.8$ मीटर/सेकण्ड^2 तथा पृथ्वी की त्रिज्या $Re= 6.4 \times 10^6$ मीटर होती है। तो कक्षीय वेग का मान

$$V_o = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6}$$

V_o = 7919.6 मीटर/सेकेंड

V_o = 7.92 किमी/सेकेंड

या $V_o = \sqrt{8}$ किमी/सेकेंड

अतः कक्षीय वेग का मान 8 किमी/सेकण्ड होता है।

परिक्रमण काल :- यदि उपग्रह का परिक्रमण काल T है एवं इसकी पृथ्वी के केंद्र से दूरी r है तो उपग्रह के परिक्रमण काल का सूत्र

$$T = \frac{\text{उपग्रह की परिधि}}{\text{कक्षीय चाल}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{V_o}$$

चूँकि $r = R_e + h$ तथा V_o का मान रखने पर

$$T = \frac{2\pi(R_e + h)}{\sqrt{GM_e/r}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_e}} \times r^{\frac{3}{2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(Re+h)^3}{GM_e}}$$

परन्तु $GMe = gRe^2$ रखने पर

$$T = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{g}}$$

यदि उपग्रह पृथ्वी के अति समीप है तो $h<<R$

अतः h के नगण्य मानने पर

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Re^3}{gRe^2}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_e)}{g}}}$$

यह उपग्रह के परिक्रमण काल का सूत्र है। उपग्रह का परिक्रमण काल उपग्रह की उचाई h पर निर्भर करता है, h बढ़ाने पर T का मान बढ जाता है।

- **परिक्रमण काल का मान**

सूत्र $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}}$ से

$g = 9.8$ मीटर/ सेकेंड^2 तथा पृथ्वी की त्रिज्या $Re=6.4 \times 10^6$ मीटर रखने पर परिक्रमण काल

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{6.4\times10^6}{9.8}}$$

$T = 5079$ सेकेण्ड

या $T = 84.6$ मिनट

BoardStudy

अतः परिक्रमण काल का मान 84.6 मिनट होता है।

तुल्यकाली तथा ध्रुवीय उपग्रह :- पृथ्वी के चारो ओर परिक्रमा कर रहे किसी उपग्रह का वह वृतीय पथ जिस पर वह पृथ्वी के समान ही 24 घंटे में परिक्रमा करता है एवं इसके घूर्णन की दिशा पश्चिम से पूर्व ही होती है तो इस प्रकार की कक्षा को भु तुल्यकाली कक्ष कहते है तथा इस कक्षा में परिक्रमण कर रहे उपग्रह को भु-तुल्यकाली उपग्रह कहते है।

भु-तुल्यकाली उपग्रह का उपयोग संचार क्षेत्र में किया जाता है।
भु-तुल्यकाली उपग्रह का परिक्रमण काल 24 घंटे होता है अर्थात यह उपग्रह पृथ्वी के परितः अपनी कक्षा मे एक चक्कर पूरा करने मे 24 घंटे का समय लेता है।

भु-तुल्यकाली उपग्रह को भु-स्थैतिक उपग्रह भी कहते है क्योंकि यह उपग्रह पृथ्वी के समान चाल से ही तथा घूर्णन दिशा भी जैसी ही होती है जिस कारण पृथ्वी तल के किसी बिन्दु के सापेक्ष यह उपग्रह स्थित प्रतित होता है इसी कारण से भु-स्थैतिक उपग्रह कहते है।

सूत्र आर्वतकाल

$$T = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{g}}$$ से

इससे हम भु-तुल्यकाली उपग्रह की पृथ्वी से ऊचाई ज्ञात करेगें

चुंकि $T = 24$ घंटे 24×3600 सेकेण्ड

$R_e = 6.4 \times 10^6$ मीटर

BoardStudy

$g = 9.8$ मीटर/सेकण्ड^2 तो

$$24 \times 3600 = \frac{2\pi}{6.4\times10^6}\sqrt{\frac{(6.4\times10^6+h)^3}{9.8}}$$

हल करने के पश्चात

$$\boxed{h = 3600 \text{ किमी}}$$

अतः भू- तुल्यकाली उपग्रह की पृथ्वी तल से उचाई 36000 किलोमिटर होती है।

भू-तुल्यकाली (स्थैतिक) उपग्रह की विशेषताये

1. इसका परिक्रमण काल पृथ्वी के समान ही 23 घंटे 56 मीनट 4 सेकेण्ड (24 घंटे) ही होता है।

2. यह उपग्रह पृथ्वी तल से 36000 किलोमिटर की ऊंचाई पर स्थित होते है।

3. यह उपग्रह अपनी धुरी पर पश्चिम से पुर्व की ओर परिक्रमण करते हैं।

4. यह उपग्रह लगभग 42200 किलोमिटर त्रिज्या की वृतीय कक्षा में परिक्रमा करते है।

ध्रुवीय उपग्रह :- वह उपग्रह जिनकी ऊँचाई पृथ्वी तल से काफी कम होती है एवं जो अपनी धुरी पर पृथ्वी के परितः उत्तर ध्रुव से दक्षिण ध्रुव

BoardStudy

की ओर जाते है। अर्थात यह उत्तर-दक्षिण ध्रुव में परिक्रमा करते है। इस प्रकार के उपग्रह को ध्रुवीय उपग्रह कहते है एवं जिस कक्षा में ध्रुविय उपग्रह परिक्रमा करते है उसे ध्रुविय कक्षा कहते है। ध्रुवीय उपग्रह का आर्वतकाल लगभग 100 मिनट होता है।

ध्रुवीय उपग्रह की विशेषताऐं

1. इसका परिक्रमण काल 100 मिनट के लगभग होता है।
2. यह पृथ्वी तल से लगभग 500 से 800 किलोमिटर की उचाई पर स्थित होते है।
3. यह उपग्रह अपनी कक्षा मे उत्तर से दक्षिण ध्रुव की ओर परिक्रमण करते है।

ध्रुवीय उपग्रह का उपयोग

1. इसका उपयोग मौसम की जानकारी तथा जासूसी में किया जाता है।
2. पृथ्वी की सतह देखने तथा सैन्य परिक्षण में।
3.मानचित्र, जलवायु परिवर्तन मे जानकारी तथा भु-भाग का भौगोलिक दृष्य मे इसका उपयोग होता है।

भारहीनता :- किसी वस्तु के भार का अनुभव उस वस्तु पर लगने वाले प्रतिक्रिया बल के कारण होता है। जिससे पृथ्वी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर आकर्षित करती है क्योंकि वस्तु का द्रव्यमान शून्य नहीं हो सकता है। अतः उसका गुरुत्वीय त्वरण शुन्य हों जाता है। इस दशा को भारहीनता कहते है। इसे ही हम जीरो ग्रेविटी भी कह सकते है क्योकि

BoardStudy

भारहीनता की दशा में गुरुत्वीय त्वरण का मान शून्य ही होता है।

भारहीनता के उदाहरण

1. अतंरिक्ष यान में बैठें वैज्ञानीको को भारहीनता का अनुभव होता है। जिससे वह यान मे उड़ते रहते हैं।
2. झूले मे व्यक्ति के बैठने पर अगर झूले की रस्सी टूट जाए तो उस व्यक्ति को भारहीनता महसूस होती है।
3. लिफ्ट से नीचे उतरते हुए तो आपने भी भारहीनता का अनुभव किया होगा।
4.कृत्रिम उपग्रह की सतह पर भारहीनता महसूस की जा सकती है क्योकि गुरुत्वीय त्वरण शुन्य होता है।

भारहीनता की विशेषताऐं

अंतरिक्ष यान में बैठे अंतरिक्ष यात्री का प्रतिक्रिया बल शून्य होता है।। यदि वह उपग्रह पर अपना भार ज्ञात करना चाहें तो उसे शून्य ही प्राप्त होगा। चूँकि उपग्रह के भीतर सभी वस्तुए भारहीन होती है। वास्तव में यह वस्तुए भारहीन नहीं है। यह गुरुवीय त्वरण कें शून्य मानक के कारण प्रतित होती है। इससे प्रतिक्रिया बल भी शून्य हो जाता है।

अगर अंतरिक्ष यात्री वहां किसी डोरी से पत्थर बांध कर लटका दे तो डोरी मे तनाव नही आएगा। डोरी साँप की भाँति तैरने लगेगी। अगर पानी को भी गिलास से पीना चाहें तो पानी मुह मे नही आएगा बल्कि छोटी-छोटी बुन्दें तैरने लगेगा।

BoardStudy

जीरो ग्रेविटी (शून्य गुरुत्वीय त्वरण) की परिस्थितियां

1. पृथ्वी के केन्द्र पर गुरुत्वीय त्वरण शून्य होता है।

2. वस्तु बाह्य आंतरिक्ष के शून्य गुरुत्व वाले स्थान पर हो तो g शून्य होती है।

3. पृथ्वी की वृतिय कक्षा मे परिक्रमण करते अंतरिक्ष यान पर बैठें व्यक्ति पर गुरुत्वीय त्वरण का मान शून्य होता है।

चन्द्रमा भी एक उपग्रह है लेकिन इस पर भारहिन्ता का अनुभव नही होता है। क्योकी चन्द्रमा का द्रव्यमान बहुत अधिक है। अतः इस पर व्यक्ति का भार होता है। इस पर प्रतिक्रिया बल शून्य नही होता है।

लेकिन कृत्रिम उपग्रह की बात करे तो वहा द्रव्यमान कम होता है जिस कारण गुरुत्व बल नहीं लगता है। अतः व्यक्ति यहा भारहीनता महसूस करता है।

BoardStudy