कार्य, ऊर्जा और शक्ति

कार्य ऊर्जा प्रमेय

जब किसी वस्तु पर बाह्य बल द्वारा कुछ कार्य किया जाता है, तो वस्तु की गतिज ऊर्जा में कार्य के बराबर ही वृद्धि हो जाती है। एवं इसके विपरीत जब बल के विरुद्ध कार्य किया जाता है तो गतिज ऊर्जा में कार्य के बराबर ही क्षति हो जाती है।

अतः परिवर्ती बल द्वारा किसी वस्तु पर किया गया कार्य वस्तु की गतिज ऊर्जा में हुए परिवर्तन के बराबर होता है। इसे कार्य ऊर्जा प्रमेय कहते हैं। कार्य ऊर्जा प्रमेय न्यूटन के गति के द्वितीय नियम का समाकलन रूप है।

कार्य ऊर्जा प्रमेय का निगमन (सिद्ध)

माना कोई वस्तु जिसका द्रव्यमान m है, वस्तु प्रारंभिक वेग u से गतिशील है। माना वस्तु पर बल F गति की दिशा में ही आरोपित कर दिया जाता है, जिससे वस्तु का वेग v हो जाता है। तब परिवर्ती बल द्वारा एक अति सूक्ष्म विस्थापन ds में किया गया कार्य

$$dW = F \bullet dS = ma \bullet dS$$

चूंकि वेग परिवर्तन की दर त्वरण a के बराबर होती है।

$$dW = m\frac{dV}{dt}dS$$

$dW = m\frac{dS}{dt}dV$

चूंकि $\frac{dS}{dt} = V$ होता है, तब कार्य

$dW = mV\, dV$

अब बल द्वारा समय अंतराल में किया गया कुल कार्य

$W = \int_{u}^{v} mV\, dV$

(समाकलन सूत्र $\int x^{n} = \frac{x^{n+1}}{n+1}$)

$W = \frac{1}{2}mv^{2} - \frac{1}{2}mu^{2}$

कार्य = अंतिम गतिज ऊर्जा - प्रारंभिक गतिज ऊर्जा

$W = \Delta K$

कार्य की परिभाषा

किसी वस्तु पर बल लगाकर उस वस्तु को बल की दिशा में विस्थापित करने की प्रक्रिया को कार्य कहते है।

इसे W से प्रदर्शित करते है।

कार्य के मान में वस्तु की दिशा ज्ञात नहीं होती है, इसलिए कार्य एक अदिश राशि है।

कार्य के लिए महत्वपूर्ण शर्त यह है कि वस्तु में विस्थापन होना चाहिए, तभी कार्य होगा।

कार्य का सूत्र

किसी वस्तु पर लगाया गया बल एवं बल की ही दिशा में वस्तु में हुए विस्थापन के गुणनफल को कार्य कहते है।

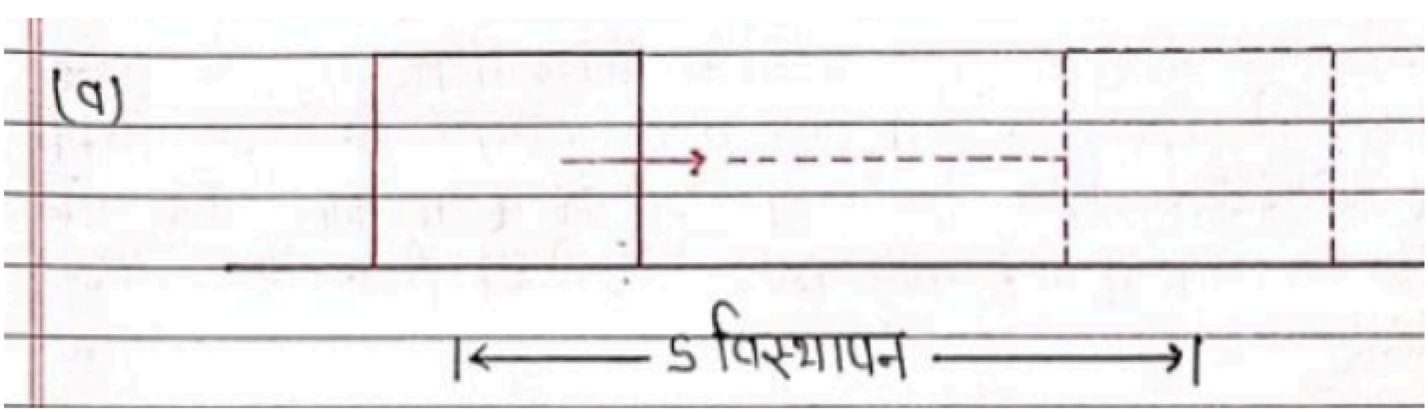
अर्थात

कार्य = बल × बल की दिशा में हुआ विस्थापन

कार्य के उदाहरणः-

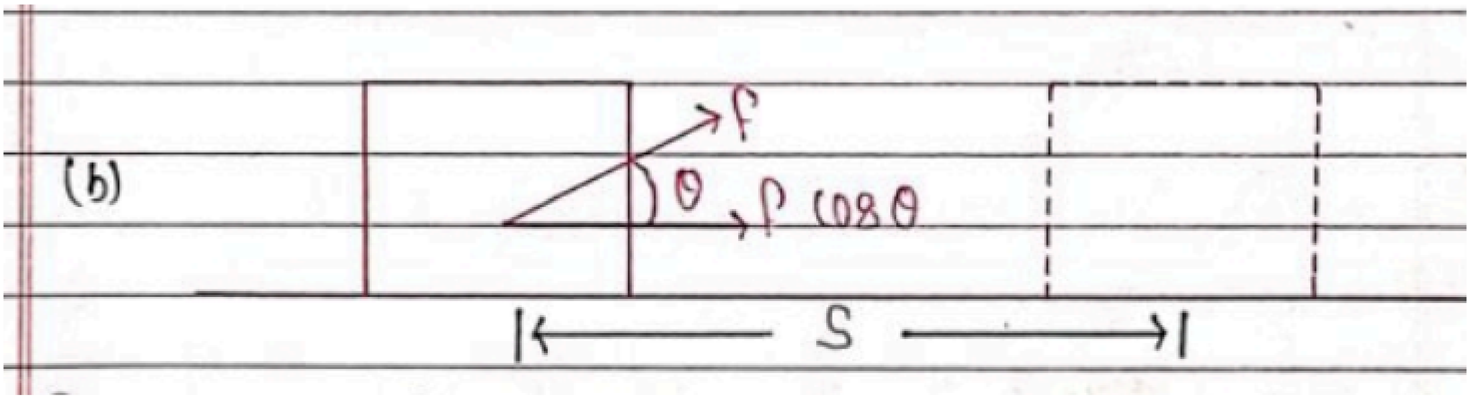
चित्र (a) से, यदि किसी वस्तु पर F बल लगाकर उसमें S विस्थापन किया जाता है, तो कार्य

$W=F \cdot S$

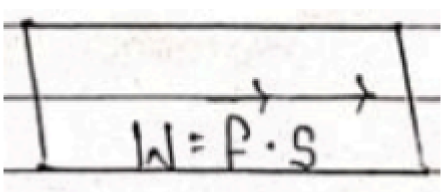


चित्र (b) से, यदि किसी वस्तु पर बल F, विस्थापन S से θ कोण बनाते हुए लगाया जाता है तो कार्य

$W = FS\cos\theta$



सदिश रूप में कार्य



कार्य का मात्रक

सूत्र $W = F \cdot S$ से,

चूंकि हम जानते हैं कि बल का मात्रक न्यूटन तथा विस्थापन का मात्रक मीटर होता है। तब कार्य का मात्रक **न्यूटन-मीटर** होगा। न्यूटन-मीटर कार्य का MKS पद्धति में मात्रक है।

कार्य का SI मात्रक **जूल(J)** होता है।

तब, 1 जूल = 1 न्यूटन-मीटर

स्पष्ट होता है कि किसी वस्तु पर 1 न्यूटन का बल लगाकर उस वस्तु को बल की ही दिशा में 1 मीटर विस्थापित कर दें, तो वस्तु पर किया गया कार्य 1 जूल होगा।

कार्य का CGS मात्रक अर्ग होता है।

जूल तथा अर्ग में सम्बन्ध

जब किसी वस्तु पर एक डाइन बल लगाकर 1 सेमी विस्थापित कर दें, तो उस पर कार्य 1 अर्ग होता है। अर्ग कार्य का CGS मात्रक है। तो,

1 अर्ग = 1 डाइन × 1 सेमी

एवं, 1 जूल = 1 न्यूटन-मीटर

चूंकि हमने डाइन तथा न्यूटन के संबंध में पढ़ा है कि

1 न्यूटन = 10^5 डाइन होते हैं, तो

1 जूल = 10^5 डाइन × 10^2 सेमी

1 जूल = 10^7 डाइन-सेमी

चूंकि डाइन-सेमी = 1 अर्ग होते है तब,

1 जूल = 10^7 अर्ग

कार्य का विमीय सूत्र

कार्य के सूत्र से,

कार्य = बल × विस्थापन

कार्य = द्रव्यमान × त्वरण × विस्थापन

अतः कार्य का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$ होता है।

कार्य के प्रकार

कार्य का मान धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य कुछ भी हो सकता है। इसी आधार पर कार्य तीन प्रकार के होते हैं।

1. धनात्मक कार्य
2. ऋणात्मक कार्य
3. शून्य कार्य

1. धनात्मक कार्य

जब किसी वस्तु पर लगाया गया बल F एवं बल की दिशा में हुए विस्थापन के बीच के कोण का मान न्यून (अर्थात 0° से 90° के बीच) है तो बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होगा। इस प्रकार के कार्य को धनात्मक कार्य कहते हैं।

2. ऋणात्मक कार्य

जब किसी वस्तु पर लगाया गया बल F एवं बल की दिशा में हुए विस्थापन S के बीच के कोण θ का मान अधिक (अर्थात 90° से 270° के बीच) है तो बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होगा। इस प्रकार के कार्य को ऋणात्मक कार्य कहते हैं।

3. शून्य कार्य

जब θ का मान 90° और 270° होता है तो किया गया कार्य शून्य होता है।

चूंकि $\theta = 90^\circ$ या 270° पर, $cos90^\circ = 0$ या $cos270^\circ = 0$

तो कार्य $W = FScos\theta \Rightarrow W = 0$

ऊर्जा

आसान शब्दों में, किसी वस्तु के कार्य करने की क्षमता को उस वस्तु की ऊर्जा कहते है। अर्थात जब किसी वस्तु में ऊर्जा विद्यमान होती है तो वह वस्तु कार्य करने में सक्षम होती है।

ऊर्जा के मान में वस्तु की दिशा का अध्ययन नहीं होता है, इसलिए ऊर्जा एक अदिश राशि है।

ऊर्जा का SI मात्रक **जूल(J)** होता है।

ऊर्जा के प्रकार

सभी प्रकार की ऊर्जाओं को दो मुख्य भागों में बांटा गया है:

1. गतिज ऊर्जा
2. स्थितिज ऊर्जा

स्थितिज ऊर्जा

किसी वस्तु में उसकी स्थिति के कारण जो कार्य करने की क्षमता विद्यमान होती है, उसे वस्तु की स्थितिज उर्जा कहलाती है।

स्थितिज ऊर्जा के प्रकार

स्थितिज ऊर्जा निम्न प्रकार की होती है:

1. गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा : किसी वस्तु में उसकी पृथ्वी तल से ऊंचाई के कारण कार्य करने की क्षमता को उस वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

माना m द्रव्यमान की एक वस्तु, पृथ्वी तल से h ऊंचाई पर है।

स्थितिज ऊर्जा (U) = वस्तु का भार (mg) × ऊंचाई (h)

$U = mgh$

अतः वस्तु का द्रव्यमान और ऊंचाई जितनी अधिक होगी, उसकी स्थितिज ऊर्जा का मान भी उतना ही अधिक होगा।

2.प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा : किसी प्रत्यास्थ वस्तु को खींचा या दबाया जाता है तो वस्तु पर एक प्रत्यानयन बल कार्य करता है जो वस्तु को सामान्य अवस्था में लाने का प्रयास करता है। इस बल के कारण ही वस्तु में कार्य करने की क्षमता निहित रहती है।

एक आदर्श स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा:

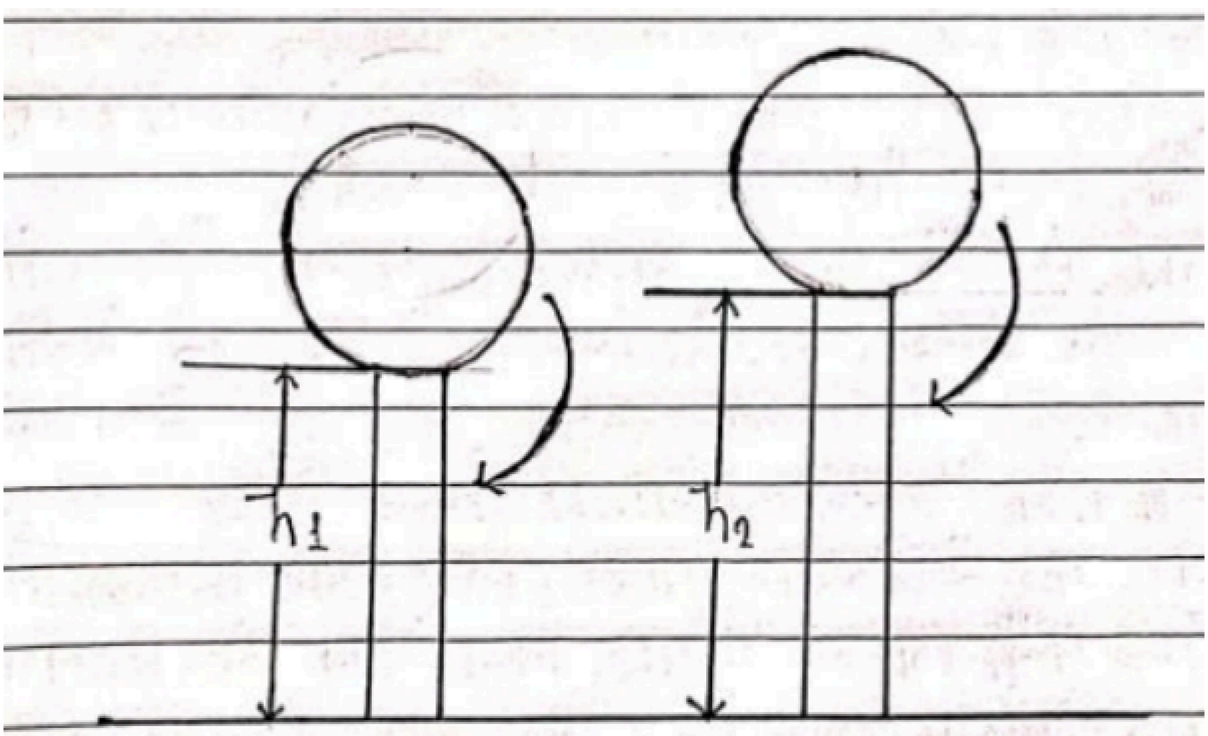
$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

जहाँ, x विस्थापन एवं k स्प्रिंग नियतांक है।

3.विद्युत स्थितिज ऊर्जा : आवेश एक-दूसरे पर आकर्षण तथा प्रतिकर्षण का बल लगाते है। आवेशों में उनकी स्थिति के कारण उनमे संचित ऊर्जा को ही विद्युत स्थितिज ऊर्जा कहते है।

स्थितिज ऊर्जा के उदाहरण

1. किसी ऊंचाई पर रखे पिंड में उसकी स्थिति के कारण स्थितिज ऊर्जा विद्यमान होती है। जब हम दो पत्थरों को अलग-अलग ऊंचाई से नीचे की ओर फेंकते है तो जिस पत्थर की ऊंचाई अधिक होगी उसकी स्थितिज उर्जा भी उतनी ही अधिक होगी।



2.किसी धनुष में उसकी तनी हुई स्थिति के कारण इसमें स्थितिज ऊर्जा विद्यमान होती है। जब धनुष से बाण छोड़ा जाता है तो बाण को जितनी

अधिक दूरी तक खींचा जाता है, बाण उतनी ही अधिक दूरी तक पहुंचता है।

ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत (नियम)

इस सिद्धांत के अनुसार, ऊर्जा को न तो नष्ट किया जा सकता है और न ही इसे उत्पन्न किया जा सकता है। ऊर्जा का केवल एक रूप से दूसरे रूप में रूपांतरण किया जा सकता है।

आसान भाषा में कहें तो जब ऊर्जा का एक रूप विलुप्त होता है तो वही ऊर्जा उतने ही परिमाण में किसी और रूप में प्रकट हो जाती है।

उदाहरण: जब कोई पिंड पृथ्वी के गुरुत्व के अंतर्गत मुक्त रूप से गिरता है तब उस पिंड की कुल ऊर्जा नियत रहती है।

शक्ति

किसी वस्तु या व्यक्ति द्वारा एकांक समय में किए गए कार्य को शक्ति कहते हैं।

इसे P से प्रदर्शित करते हैं।

शक्ति एक अदिश राशि है।

शक्ति को सामर्थ्य भी कहते हैं।

शक्ति का सूत्र

माना t समयांतराल में किसी वस्तु द्वारा किया गया कार्य W हो तो,

शक्ति = कार्य / समय

$$P = \frac{W}{t}$$

शक्ति का मात्रक

शक्ति का SI मात्रक वाट (Watt) होता है। चूंकि कार्य का मात्रक जूल तथा समय का मात्रक सेकंड होता है, तो इस प्रकार शक्ति का मात्रक **जूल/सेकंड** होगा।

1 वाट = 1 जूल / सेकंड

अर्थात किसी वस्तु द्वारा 1 सेकंड में 1 जूल कार्य किया जाए तो उसकी शक्ति 1 वाट होगी।

शक्ति का एक अन्य मात्रक अश्वशक्ति (Horsepower) भी होता है।

1 अश्वशक्ति = 746 वाट

कार्य का CGS मात्रक अर्ग होता है, तब शक्ति का CGS मात्रक अर्ग/सेकंड होगा।

शक्ति का विमीय सूत्र

शक्ति की विमा = कार्य की विमा / समय की विमा

शक्ति की विमा = $\frac{[ML^2T^{-2}]}{[T]}$

शक्ति की विमा = $[ML^2T^{-3}]$

शक्ति तथा बल में सम्बंध

$P = \frac{W}{t}$

हम जानते है कि कार्य = बल × विस्थापन (W=F · s)

$P = \frac{F \cdot S}{t}$

चूंकि वेग = विस्थापन / समय ($V = \frac{S}{t}$),

$P = F \cdot V$

अतः शक्ति, बल तथा वेग के अदिश गुणनफल के बराबर होती है।

संघट्ट

जब दो या दो से अधिक वस्तुएं आपस में टकराती हैं तो वस्तुओं में टक्कर के पश्चात अल्प समय के लिए अन्योन्य क्रिया होती है, जिससे वस्तुओं के ऊर्जा एवं संवेग में परिवर्तन हो जाता है। इसे संघट्ट कहते हैं।

संघट्ट में निकाय का संवेग संरक्षित रहता है, चूंकि आंतरिक बल में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

संघट्ट के प्रकार

संघट्ट दो प्रकार के होते हैं:

1. प्रत्यास्थ संघट्ट : वह संघट्ट जिसमें वस्तुओं की टक्कर के पश्चात उनका कुल संवेग और कुल गतिज ऊर्जा, दोनों संरक्षित रहते हैं। प्रत्यास्थ संघट्ट में वस्तुएं टक्कर के पश्चात अलग-अलग हो जाती हैं।

   उदाहरण:

   क्रिकेट में बल्ले और गेंद के बिच की टक्कर।

   आदर्श गैस के अणुओं का बर्तन की दीवारों से टक्कर।

   एल्फा कण प्रकीर्णन एल्फा कण और स्वर्ण पत्र के बीच टक्कर।

   यदि u_1 व u_2 टक्कर से पहले दो वस्तुओं के वेग हैं तथा v_1 व v_2 टक्कर के बाद वस्तुओं के वेग हैं तो प्रत्यास्थ संघट्ट का सुत्र

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

2.अप्रत्यास्थ संघट्ट : जब दो पिंडों के बीच टक्कर होती है और वह पिंड टक्कर के पश्चात भी जुड़े रहते हैं, तो इस प्रकार की टक्कर को अप्रत्यास्थ संघट्ट कहते हैं।

इसमें पिंड का संवेग तो संरक्षित रहता है परन्तु गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती है।

उदाहरण: दो कारों की आपस में टक्कर, लकड़ी पर मारी गयी बंदूक की गोली।

माना दो पिंड जिनके द्रव्यमान m_1 व m_2 हैं, u_1 व u_2 वेग से गति करते हैं। संघट्ट के बाद पिंड का संयुक्त वेग v हो जाता है। तो संवेग संरक्षण के नियम से:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$\Rightarrow v = \frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}$$