

सरल रेखा में गति

गति :- किसी वस्तु का समय के साथ स्थान परिवर्तन को गति कहते हैं। इसका अर्थ यह है कि यदि कोई वस्तु समय बीताने के साथ-साथ अपने स्थान में परिवर्तन करता है या उसके स्थान में परिवर्तन होता है। तो उस वस्तु को गतिमान या गति की अवस्था में कहा जाता है।

एक रेखिय गति :- किसी वस्तु की एक सरल रेखा के अनुदिश गति को एक रेखिय गति या सरल रेखिय गति को एक रेखिए गति कहते हैं। जैसे की एक साइफल सवार का एक सीधी सड़क पड़ गति

→ गति के अध्ययन करते समय वस्तु जो गति की अवस्था में है के आकार को एक सुक्ष्मबिन्दु मान लिया जाता है ताकि गति के अध्ययन और गणना में आसानी हो।

स्थिति, पथ लम्बाई एवं विस्थापन :- किसी भी वस्तु की गति का अध्ययन करने के लिए चार प्रकार के कारकों का होना आवश्यक है। यह है वस्तु की स्थिति, पथ की लम्बाई, वस्तु का विस्थापन और समय इन चार कारकों के अलावा एक संदर्भ बिन्दु की भी आवश्यकता होती है जिसकी सापेक्ष वस्तु की गति का अध्ययन किया जाता है।

वस्तु की स्थिति :- गतिमान वस्तु की स्थिति का आकलन करने के लिए एक संदर्भ बिन्दु और अक्षों के एक सेट आवश्यकता होती है। तदनुसार, गतिमान वस्तु की स्थिति का आकलन करने और उसकी स्थिति का निर्धारण करने के लिए एक समकोणिय निर्देशांक का चुनाव

किया जाता है। इसमें परस्पर लम्बवत तीन अक्ष होते हैं। जिन्हें x -अक्ष, y -अक्ष और z -अक्ष कहा जाता है।

→ ये तीन अक्ष जो परस्पर लम्बवत होते हैं की प्रतिच्छेद बिन्दु को मूल बिन्दु (ओरिजिन) कहा जाता है और इसे प्रायः “0” से संसुचित किया जाता है। इस मूल बिन्दु (0) को सन्दर्भ बिन्दु कहा जाता है।

निर्देश तंत्र :- परस्पर लम्बवत इन अक्षों से बनें हुए निर्देशांक निकाय के साथ समय को मापने के लिए एक घड़ी रखा जाता है।

घड़ी के साथ इन निर्देशांक निकाय को निर्देश तंत्र (फ्रेम ऑफ रेफरेंस) कहा जाता है।

एक वीमा (डाइमेंशन) में गति के निरूपण के लिए केवल एक अक्ष की आवश्यकता होती है। जैसे सरल रेखीय गति के आकलन में केवल एक ही अक्ष की आवश्यकता होती है। प्रायः सरल रेखीय गति के लिए x -अक्ष को निर्देश में लिया जाता है।

गति तथा विराम अवस्था :- जब कोई वस्तु समय के साथ किसी एक या अधिक अक्ष के अनुदिश स्थान परिवर्तित करता है। तो उस वस्तु को गति की अवस्था में कहा जाता है। अधिक अक्ष के साथ परिवर्तित नहीं करता है। उस वस्तु को विराम अवस्था में कहा जाता है।

पथ लम्बाई -दूरी :- किसी वस्तु द्वारा गति के क्रम में तय की गयी कुल पथ की लम्बाई को पथ की लम्बाई या दूरी कहा जाता है।

विस्थापन :- किसी वस्तु की स्थिति में परिवर्तन को विस्थापन कहा जाता है।

मान लिया की t_1 समय में वस्तु की स्थिति x_1 है और t_2 समय में वस्तु की स्थिति x_2 हो जाती है।

अतः समय में परिवर्तन $\Delta t = t_2 - t_1$

● परिवर्तन को ग्रीक के अक्ष Δ से निरूपित किया जाता है।

अतः वस्तु का विस्थापन उसके प्रारम्भिक और अंतिम स्थितियों में अन्तर $= x_2 - x_1$ द्वारा व्यक्त किया जाता है।

चूँकि स्थिति में परिवर्तन को Δx द्वारा व्यक्त किया जाता है।

अतः $\Delta x = x_2 - x_1$

अतः समय में परिवर्तन (Δt) में विस्थापन

$$(\Delta x) = x_2 - x_1$$

दिश और अदिश राशि :-

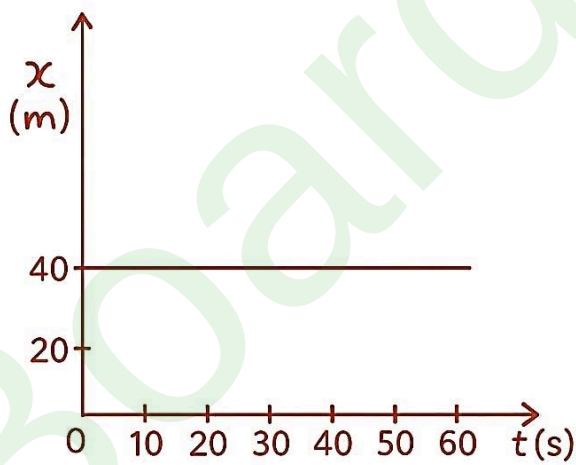
- वैसी राशियाँ जिनमें परिमाण और दिशा दोनों होती, दिश राशियाँ कहलाती हैं।
- राशियाँ जिनमें केवल परिमाण होती हैं तथा दिशा नहीं अदिश राशियाँ कहलाती हैं।
- विस्थापन एक दिश राशि है। जबकि पथ लम्बाई में केवल परिमाण होता है। अतः पथ लम्बाई अदिश राशि है।

धनात्मक और ऋणात्मक विस्थापन :-

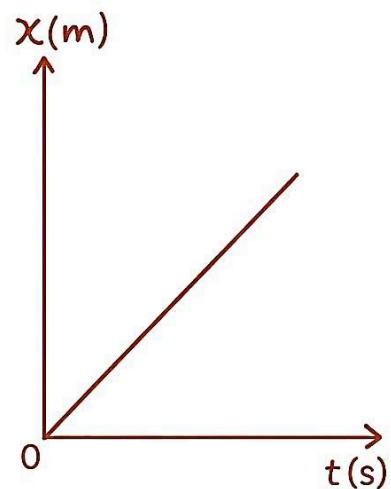
- यदि x_1 छोटी है और x_2 बड़ा हो तो विस्थापन धनात्मक होगा।
- वही यदि x_1 का परिमाण बड़ा है और x_2 का परिमाण छोटी तो विस्थापन ऋणात्मक होता है।

स्थिति-समय ग्राफ :- एक गति अवस्था वाले वस्तु की गति को स्थिति-समय ग्राफ से दर्शाया जा सकता है। ऐसा स्थिति-समय ग्राफ किसी वस्तु की गति के विभिन्न पहलुओं का आकलन के लिए काफी प्रभावशाली साधन है।

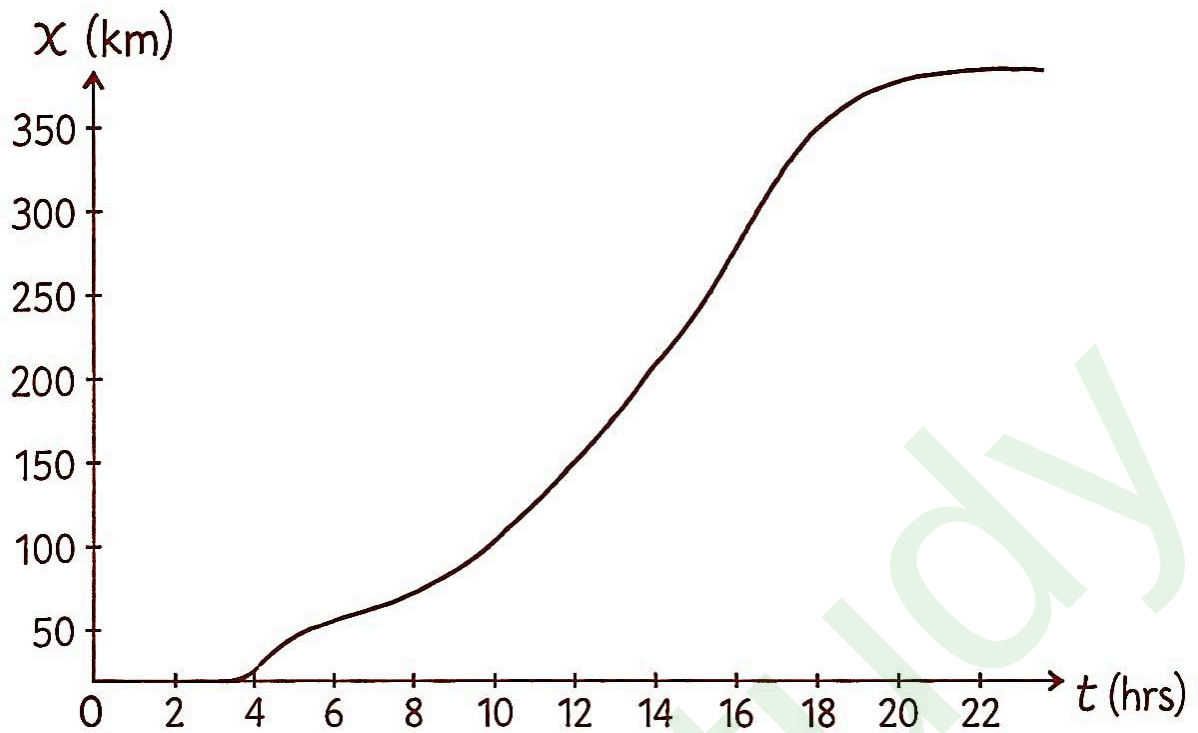
सरल रेखा में किसी की गति केवल x - अक्ष पर समय के साथ बदलता है। ऐसे ग्राफ को x - t ग्राफ भी कहा जाता है।



(a)



(b)



एक कार का स्थिति-समय ग्राफ (x-t ग्राफ)

एक समान गति :- यदि कोई वस्तु समान समय अंतराल में समान गति दूरी तय करती है। तो उस वस्तु की गति एक समान गति कहलाती है।

चाल :- किसी वस्तु द्वारा इकाई समय में तय की गयी दूरी उसकी चाल कहलाती है।

$$\text{अतः चाल (V)} = \text{तय की गयी दूरी (S)} / \text{समय (t)}$$

अतः किसी वस्तु द्वारा तय की गयी दूरी को उस दूरी को तय करने में लिए गये समय से भाग दिया जाता है। तो भागफल उस वस्तु की चाल होती है। चाल को गति भी कहा जाता है।

चाल (गति) का SI मात्रक :- दूरी का मात्रक “मीटर” तथा समय का

मात्रक 'सेकेण्ड' होता है। हम जानते हैं।

$$\text{कि चाल (V)} = \frac{\text{दूरी (S)}}{\text{समय (t)}}$$

$$\text{अतः चाल (V)} = \frac{M}{S}$$

अतः चाल या गति का SI मात्रक मीटर प्रति सेकेण्ड या M/s or MS^{-1} है।

→ चाल या गति के केवल परिमाण होता है। तथा दिशा नहीं। अतः चाल या गति एक अदिश राशि है।

औसत चाल या गति :- औसत गति या चाल की परिभाषा किसी वस्तु द्वारा कुल तय की गयी दूरी को कुल लिये गये समय से भाग देने पर प्राप्त भागफल को वस्तु की औसत चाल या गति कहते हैं।

अतः औसत चाल या गति

$$= \text{पथ की कुल लम्बाई} / \text{कुल समय अंतराल}$$

औसत चाल या गति की SI मात्रक :- औसत गति या गति का SI मात्रक गति के बराबर होती है या औसत गति या चाल का SI मात्रक मीटर प्रति सेकेण्ड या M/S या MS^{-1} है।

हालांकि दिन प्रतिदिन के उपयोग में अधिक दूरी का उपयोग किये जाने के कारण गति या औसत गति का मात्रक किलोमीटर प्रति घंटा या km/h or kmh^{-1} लिखा जाता है।

वेग तथा औसत वेग :- निर्देश तंत्र के अनुदिश किसी वस्तु के स्थिति में परिवर्तन की दर वेग कहलाती है। अर्थात् किसी वस्तु द्वारा किसी खास दिशा में इकाई समय में तय की गयी दूरी वेग कहलाती है।

अतः वेग (v) = पथ की लम्बाई (S) / समय अंतराल (t)

$$\Rightarrow V = S/t$$

→ किसी वस्तु का वेग वस्तु की चाल के बराबर होती है। लेकिन चाल या गति और वेग में अन्तर यह है कि चाल या गति में केवल परिमाण होता है। जबकि वेग में परिमाण और दिशा दोनों होता है।

→ चूँकि वेग में परिमाण और दिशा दोनों होता है। अतः वेग एक सदिश राशि है। जबकि चाल या गति में केवल परिमाण होने के कारण यह एक अदिश राशि है।

वेग का SI मात्रक :- वेग का एस आई मात्रक मीटर प्रति सेकण्ड या M/S या MS^{-1} है। यह मात्रक चाल के मात्रक के समान ही होता है।

औसत वेग :- किसी वस्तु वेग का किसी दिशा में उसका स्थिति परिवर्तन की दर को औसत वेग कहा जाता है। दूसरे शब्दों में किसी वस्तु का विस्थापन या उसकी स्थिति में परिवर्तन (Δx) को समय अंतराल में भाग देने पर हमें वस्तु की औसत गति प्राप्त होती है।
अतः औसत वेग

$$\text{औसत वेग} = \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

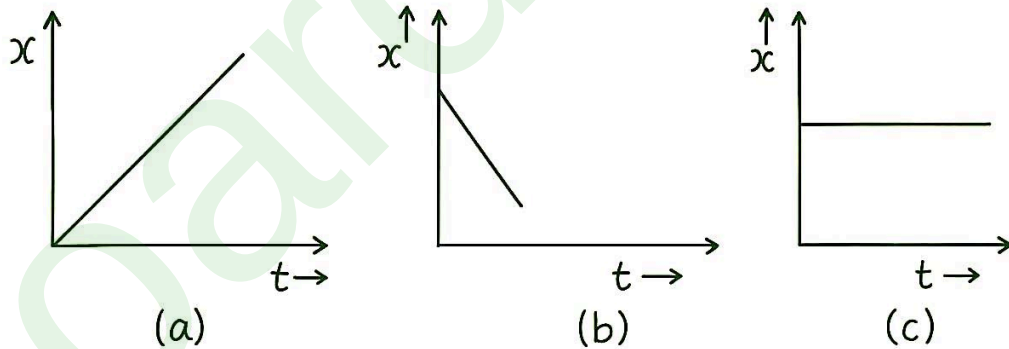
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

जहाँ वेग के चिन्ह (v) के उपर एक क्षैतिज रेखा का उपयोग किया जाता है। जो वस्तु के औसत वेग को दर्शाता है।

औसत वेग SI आई मात्रक :- औसत वेग का SI मात्रक मीटर प्रति सेकेण्ड या M/S या MS^{-1} है। विस्थापन और वेग की तरह ही औसत वेग में दिशा और परिमाण दोनों होने के कारण यह एक सदिश राशि है।

धनात्मक वेग, ऋणात्मक वेग और शून्य औसत वेग :- औसत वेग धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य कुछ भी हो सकता है जो कि वस्तु के विस्थापन के चिन्ह पर निर्भर करता है।

यदि वस्तु का विस्थापन धनात्मक है, तो वस्तु का औसत वेग धनात्मक होगा। और यदि वस्तु का विस्थापन ऋणात्मक होगा तो वस्तु का औसत वेग ऋणात्मक उसी तरह यदि वस्तु का विस्थापन शून्य है तो वस्तु का औसत वेग शून्य होगा।



त्वरण :- किसी वस्तु के वेग में परिवर्तन की दर को त्वरण कहते हैं।
त्वरण का SI मात्रक $(M/S/S)$ MS^{-2} है।

औसत त्वरण :- गतिमान वस्तु के वेग में समान के साथ परिवर्तन की दर औसत त्वरण $\bar{a}$ कहलाती है।

$$\bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

जहाँ V_2 और V_1 वस्तु का क्रमशः समय t_2 और t_1 में तात्क्षणिक वेग या केवल वेग है। वास्तव में यह ईकाइ समय में परिवर्तन की दर है।

तात्क्षणिक त्वरण :- तात्क्षणिक त्वरण को तात्क्षणीक वेग के समान ही परिभाषित किया जा सकता है।

अर्थात्, तात्क्षणिक त्वरण $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

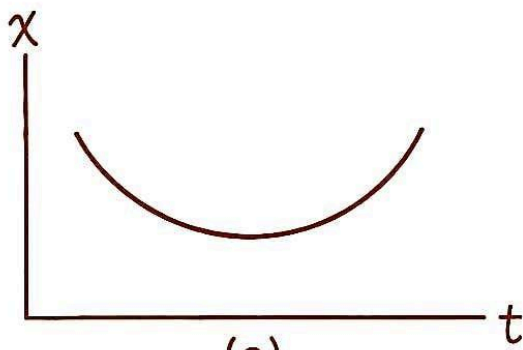
V-t ग्राफ में किसी क्षण वस्तु का त्वरण उस क्षण वक्र पर खिंची गयी स्पर्श रेखा की प्रवणता के बराबर होता है।

जब त्वरण एक समान रहता है, तो स्पष्टतः तो इस स्थिति में औसत त्वरण $\bar{a}$ का मान गति की अवधि में स्थिर त्वरण के मान के बराबर होता है।

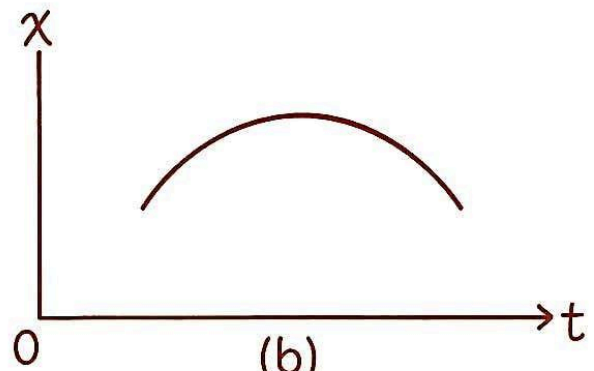
चूँकि वेग में परिमाण और दिशा दोनों होता है, अतः वेग में परिवर्तन की दर अर्थात् त्वरण में भी परिमाण और दिशा दोनों होगा। स्पष्टतः त्वरण (a) एक सदिश राशि होगी अर्थात् त्वरण में परिमाण और दिशा दोनों होगा।

धनात्मक त्वरण, ऋणात्मक त्वरण और शून्य त्वरण

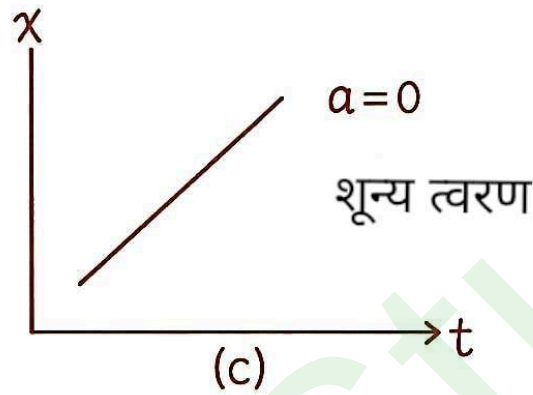
वेग की तरह ही त्वरण धनात्मक, ऋणात्मक और शून्य होता है।



(a)
धनात्मक त्वरण



(b)
ऋणात्मक त्वरण

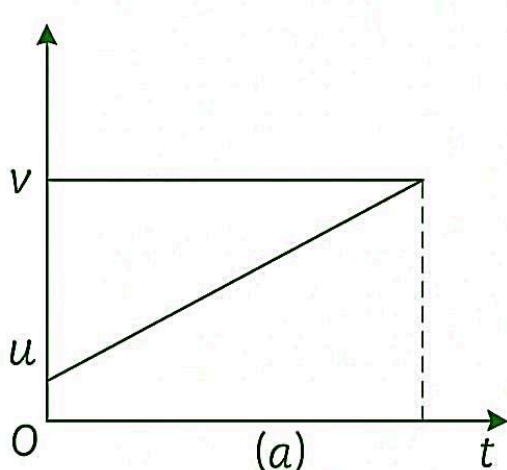


(c)

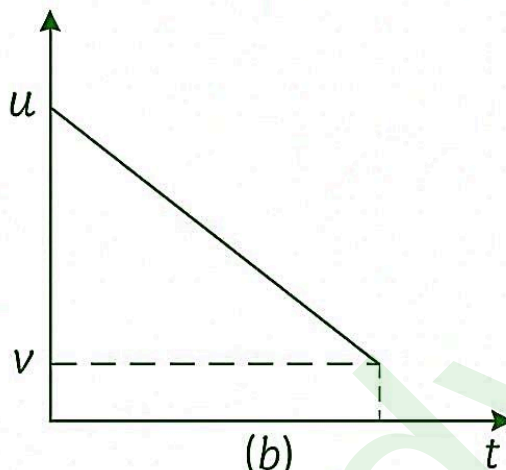
स्थिति-समय ग्राफ: कुछ सामान्य स्थितियों में

(a) जब वस्तु के गति की दिशा और त्वरण दोनों धनात्मक होने की स्थिति में।

(b) वस्तु के गति की दिशा धनात्मक और त्वरण ऋणात्मक है।



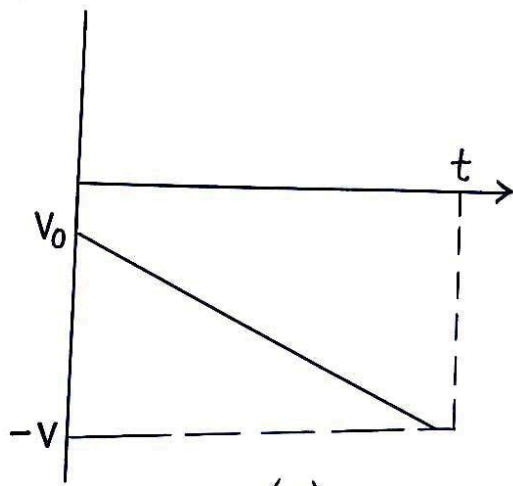
(a)
धनात्मक त्वरण के साथ
धनात्मक दिशा में गति



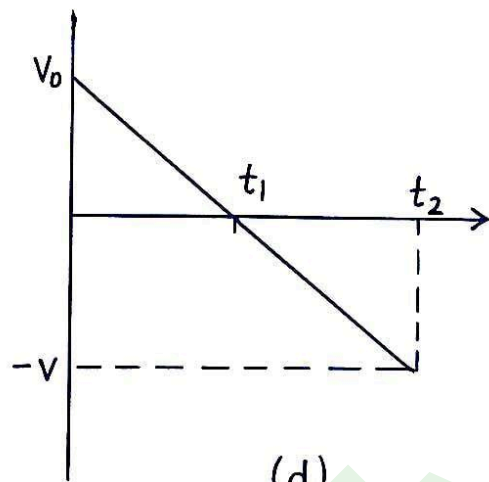
(b)
ऋणात्मक त्वरण के साथ
धनात्मक दिशा में गति

वेग- समय ग्राफ

(c) स्थिति-समय ग्राफ जब वस्तु के गति की दिशा और त्वरण दोनों ऋणात्मक हैं।



(c)
ऋणात्मक दिशा में
गति तथा त्वरण



(d)
जो समय t_1 पर दिशा
बदलती है।

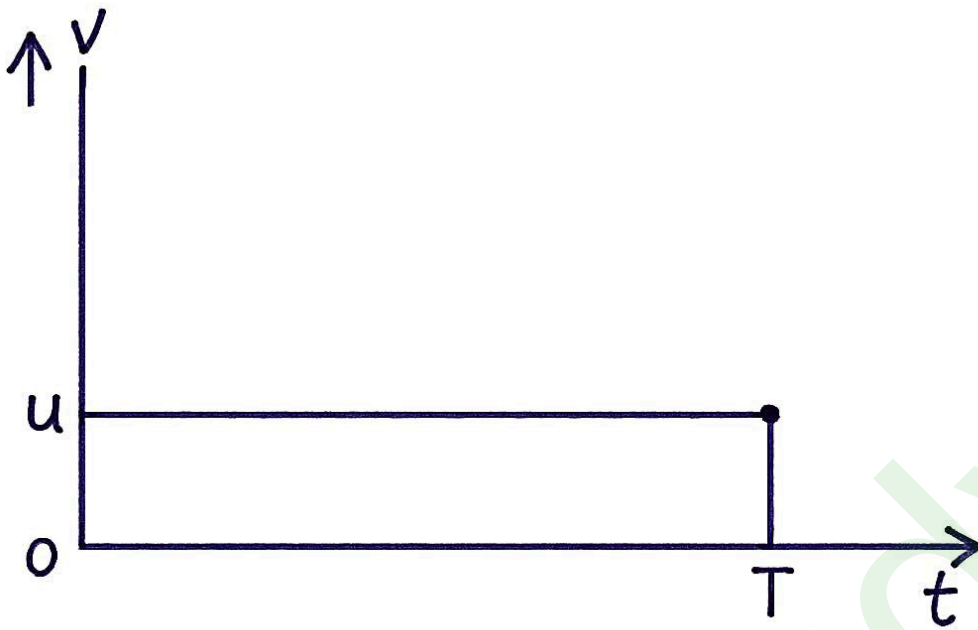
(d) ऋणात्मक त्वरण के साथ वस्तु की गति जो समय t_1 पर दिशा बदलती है। 0 से t_1 समयावधि में यह धनात्मक x की दिशा में गति करती है जबकि t_1 एवं t_2 के मध्य वह विपरित दिशा में गतिमान है।

वेग-समय ग्राफ से गतिमान वस्तु के विस्थापन की गणना →

वेग-समय ग्राफ के अंतर्गत आने वाला क्षेत्रफल वस्तु के विस्थापन को व्यक्त करता है।

मान लिया कि एक वस्तु एकमान गति u से चल रही है जिसका गति-समय ग्राफ चित्र में दिया गया है।

पुनः मान लिया कि यह वस्तु समय $t=0$ से समय $t=T$ तक चलती है। इस गतिमान वस्तु का गति-समय ग्राफ निम्नांकित है।



अतः इस गतिमान वस्तु द्वारा दिये गये समय में तय की गयी दूरी =
ग्राफ में बने हुए आयत जिसकी ऊँचाई u और आधार T है का क्षेत्रफल
= लम्बाई $\times$ ऊँचाई
= $u \times T = uT$

अतः ग्राफ द्वारा बने हुए आयत का क्षेत्रफल = uT
अर्थात् ग्राफ द्वारा बने हुए आयत का क्षेत्रफल = वस्तु द्वारा दिये गये
समय में तय की गयी दूरी = uT
यह क्षेत्रफल uT दिये गये गतिमान वस्तु के समान्तराल 0 से T समय
में तय की गयी दूरी के बराबर है।

अतः गति - समय ग्राफ द्वारा गतिमान वस्तु के विस्थापन की गणना की
जा सकती है।

इसका अभिप्राय यह है कि वेग तथा त्वरण किसी क्षण सहसा नहीं बदल सकते बल्कि परिवर्तन हमेशा सतत होता है।

एकसमान त्वरण से गतिमान वस्तु का शुद्धगतिकी सम्बन्धि

समीकरण :- मान लिया कि एक सूक्ष्म आकार की वस्तु एकसमान त्वरण a से गति कर रहा है।

पुनः मान लिया कि इस वस्तु का समय 0 में प्रारंभिक वेग u है तथा समय t में अंतिम वेग $= v$ है।

अतः त्वरण

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a dt$$

समीकरण के दोनों ओर समाकलित करने पर हम पाते हैं कि

$$\int_u^v dv = \int_0^t a dt$$

चूँकि यहाँ पर जब समय 0 से t होता है तब वेग u से v हो जाता है।

$$[u]_u^v = a [t]_0^t$$

$$V = u + at \text{ ----- (1)}$$

अब ऊपर के समीकरण को निम्नांकित तरिका से लिखा जा सकता है।

$$\frac{dx}{dt} = u + at$$

$$\Rightarrow dx = (u + at)dt$$

पुनः दोनों ओर समाकलित करने पर

$$\int_0^x dx = \int_0^t (u + at) dt$$

$$\Rightarrow x = ut + \frac{1}{2}at^2 \text{ ----- (ii)}$$

($t=0$ पर वस्तु $x=0$ है लेकिन जब समय 0 से t होता है तब वस्तु की स्थिति 0 से बदल कर x हो जाती है।)

अब समीकरण (i) से

$$V = u + at$$

दोनों ओर वर्ग करने पर हम पाते हैं कि

$$V^2 = (u + at)^2$$

$$\Rightarrow V^2 = u^2 + 2uat + a^2 t^2$$

$$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2a\left(ut + \frac{1}{2}at^2\right)$$

($x = ut + 1/2 at^2$ का मान समीकरण (ii) से रखने पर हम पाते हैं।)

$$V^2 = u^2 + 2ax \text{(iii)}$$

इस प्रकार हमें किसी वस्तु के सरल रेखा के अनुदिश एकसमान त्वरण के साथ गति की स्थिति में हमें तीन समीकरण प्राप्त होते हैं।

$$u = u + at$$

$$x = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2ax$$

इन समीकरणों में प्रारंभिक वेग (u) अंकिक वेग (v) और त्वरण (a)

का धनात्मक या ऋणात्मक होना वस्तु की दिशा के धनात्मक होना वस्तु की गति की दिशा के धनात्मक या ऋणात्मक होने पर निर्भर होता है।

सापेक्ष वेग या सापेक्ष गति या आपेक्षित गति :- किसी गतिमान वस्तु का वेग दूसरे गतिमान वस्तु के सापेक्ष वेग या सापेक्ष गति या आपेक्षिक गति कहा जाता है।

मान लिया कि दो वस्तु A और B क्रमशः औसत वेग V_A और V_B से एक ही विमीय क्षेत्र में यथा x- अक्ष के अनूदिश एक ही दिशा में चल रही हैं तथा यदि वस्तु A की स्थिति $X_A(0)$ और वस्तु B की स्थिति $X_B(0)$ समय $t=0$ पर है, पर है, तो उन दोनों की स्थितियाँ किसी क्षण समय t में निम्नांकित होगी।

$$X_A(t) = X_A(0) + V_A t$$

$$X_B(t) = X_B(0) + V_B t$$

अब वस्तु A और वस्तु B के बीच विस्थापन

$$X_{BA}(t) = X_B(t) - X_A(t)$$

$$\Rightarrow [X_B(0) - X_A(0)] + (V_B - V_A)t$$

उपरोक्त इन समीकरणों को देखने से पता चलता है कि जब वस्तु A से देखने है तो वस्तु B का वेग $V_B - V_A$ की दर से अनवरत बदलता है।

अतः हम यह कहते हैं कि वस्तु B का वेग वस्तु A के सापेक्ष $V_B - V_A$ है।

अर्थात् ,

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

उसी प्रकार वस्तु A को वेग वस्तु B के सापेक्ष $V_{AB} = V_A - V_B$
इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि $V_{BA} = -V_{AB}$

आपेक्ष वेग के तीन केस (तीन स्थितियों में आपेक्ष वेग)

मान लिया कि कोई दो वस्तुएँ A और B सरल रेखा के अनुदिश एक ही दिशा में चल रही हैं तथा उनके वेग क्रमशः V_A और V_B हैं।

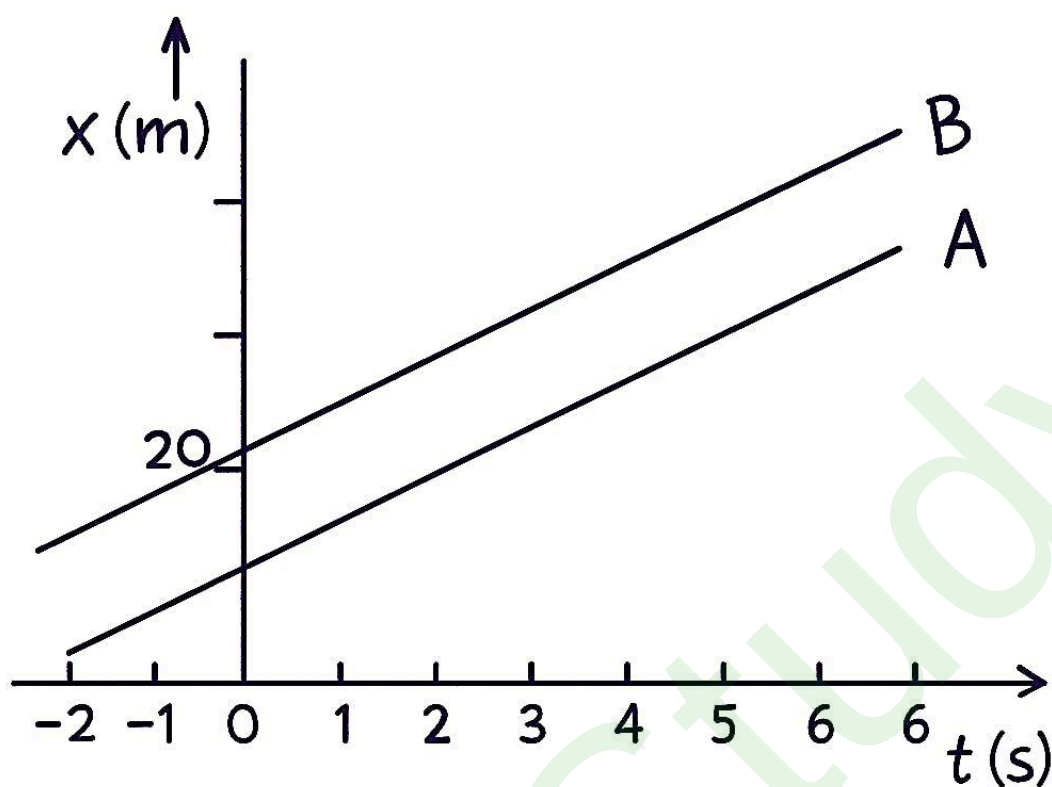
Case I: जब दो वस्तुओं का वेग समान हो

अब यदि वस्तु A का वेग $V_A = V_B$ (वस्तु B का वेग)

तो समय t में (X_{BA})

$$= X_B(t) - X_A(t) = X_B(0) - X_A(0)$$

इसका अर्थ यह है कि दोनों वस्तुएँ एक दुसरे से हमेशा स्थिर दूरी $(X_B - X_A(0))$ पर हैं।



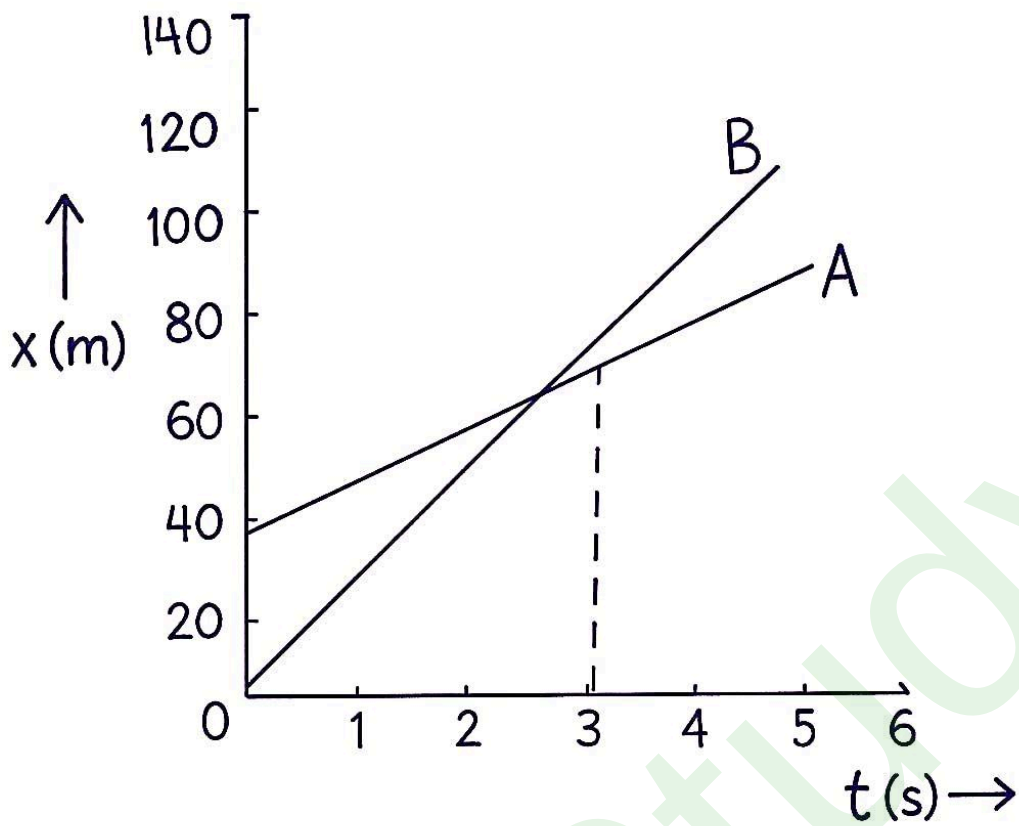
इस स्थिति में दोनों वस्तुओं का वेग या गति समान है। इन दोनों समान गति से चल रहे वस्तुओं का स्थिति-समय ग्राफ की रेखाएँ समान्तर हैं। और इनका आपेक्षिक वेग V_{BA} या V_{AB} शून्य के बराबर है।

Case 2 : जब वस्तु B की गति वस्तु A की गति से अधिक है।

इस स्थिति में वस्तु B की गति वस्तु A की गति से अधिक है।

अर्थात्, $V_B > V_A$

इसका अर्थ है कि $V_B - V_A$ का मान ऋणात्मक है।



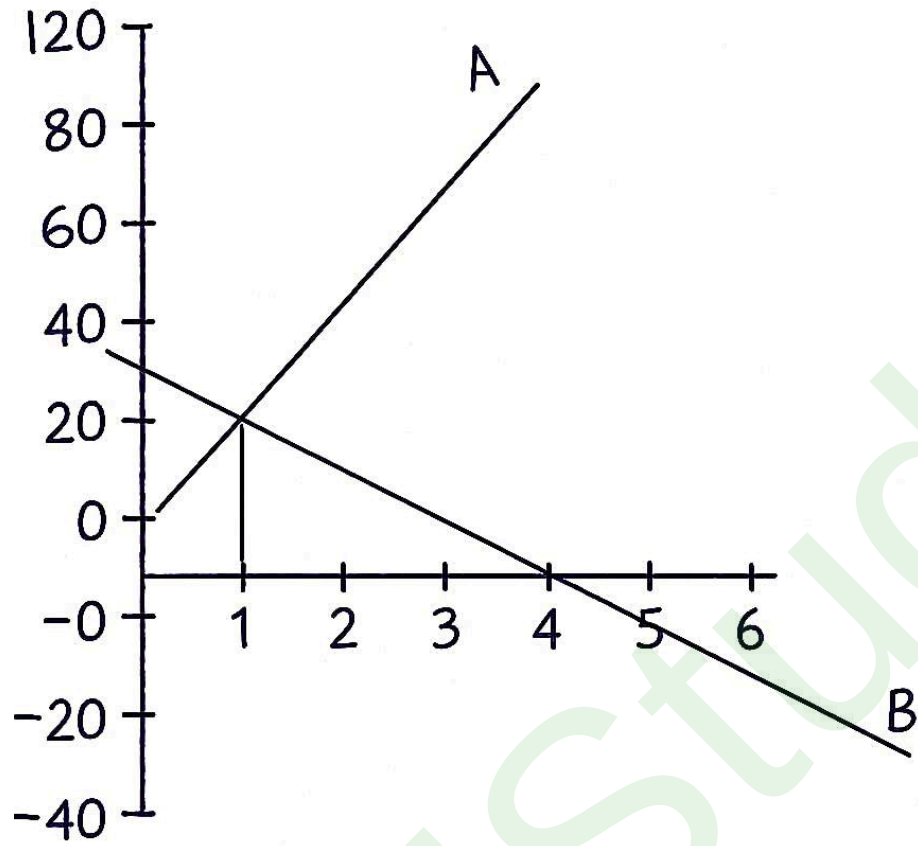
इस स्थिति में एक वस्तु का स्थिति-समय ग्राफ दूसरे वस्तु के ग्राफ के ढाल की अपेक्षा अधिक है।

Case 3 : जब दोनों वस्तुएँ एक दूसरे के विपरीत दिशा में गतिमान हो अर्थात् दोनों वस्तुओं के वेगों के चिन्ह विपरीत हैं।

→ यदि दोनों वस्तुओं के वेग विपरीत चिन्हों के हैं। इसका अर्थ यह है कि दोनों वस्तुओं एक-दूसरे के विपरीत दिशाओं में चल रहे हैं। अर्थात् एक के वेग का चिन्ह धनात्मक है। तो दूसरी वस्तु के वेग का चिन्ह ऋणात्मक।

अर्थात् वस्तु B का वेग = $-V_B$

तथा वस्तु A का वेग = V_A



इस केस में दोनों वस्तुओं के वेग के चिन्ह विपरित हैं। इस स्थिति में दोनों वस्तुओं के स्थिति समय का ग्राफ एक उभयनिष्ठ बिन्दु पर एक दूसरे को काटते हैं।